

UNIVERZITET U BEOGRADU
FIZIČKI FAKULTET
INSTITUT ZA METEOROLOGIJU

mr Vladan Vučković

***Numerička simulacija
zasejavanja konvektivnih oblaka***

doktorska disertacija

BEOGRAD

jul 2003

Sažetak

Tema ove disertacije je numerička simulacija zasejavanja konvektivnih oblaka. Za numeričku simulaciju korišćen je trodimenzionalni, nehidrostatički, prognostički atmosferski model ARPS (Advanced Regional Prediction System). Model je razvijen u Centru za analizu i prognozu olujnih nepogoda (CAPS) na Univerzitetu u Oklahomi u SAD. Oblast integracije je $56.4 \text{ km} \times 56.4 \text{ km} \times 18 \text{ km}$, sa centrom na $43.80^\circ N$ i $20^\circ E$. Korišćeni korak u x i y pravcu je 600 m, a u vertikalnom pravcu 300 m. Za duži vremenski korak uzeta je vrednost 4 s, a za kraći vremenski korak 0.5 s. Ukupno vreme integracije u svim eksperimentima je dva sata.

Za potrebe ovog rada u postojeći model je implementirana topografija iz globalnog seta podataka GTOPO30, za veći deo bivše Jugoslavije. Uvedena je nova prognostička promenjiva - odnos smeše reagensa. U model je ugradjena šema za zasejanje reagensa, tako da se mogu menjati oblast zasejavanja, intenzitet i učestalost zasejavanja. Modelovane su sve poznate interakcije između reagensa i vodene pare, oblačne vode i oblačnog leda. Uveden je novi produkcioni član za dodatnu depoziciju molekula vodene pare, zbog promene procesa podešavanja prezasićene vodene pare, u prisustvu reagensa. Uradjeni su numerički eksperimenti zasejavanja oblaka u kojima je menjana količina ubačenog reagensa, način zasejavanja i aktivnost reagensa. Poredjeni su rezultati dobijeni u eksperimentima sa zasejavanjem i rezultati iz eksperimenta u kojem nije bilo zasejavanja.

Analiza tih rezultata pokazuje da se ukupna količina padavina poveća u svim eksperimentima zasejavanja, kao i da postoji gornja granica do koje se ukupne padavine mogu povećati. Količina grada se u nekim eksperimentima smanjuje, a u nekim povećava, što je uzrokovano promenom širine zone zasejavanja i količinom ubačenog reagensa. Pokazano je, takodje, da raniji početak zasejavanja dovodi do smanjenja padavina grada, ali da nema velikog uticaja na produkciju kiše. Zasejanje oblaka reagensom dovodi do promene prostorne raspodele padavina. Na većem delu tla padavine u vidu kiše su povećane zbog zasejavanja, ali postoje i manje oblasti u kojima dolazi do njihovog smanjenja. Uticaj zasejavanja na dinamičke procese u oblaku, ogleda se preko intenziviranja vertikalnih kretanja. Producija oblačnog leda depozicionom nukleacijom je za tri reda veličine veća od produkcije kontaktnom nukleacijom.

Topljenje grada je najvažniji mehanizam za povećanje količine kišne vode u slučaju zasejava-nja. Akreacija oblačne vode gradom i akreacija kišne vode snegom su najznačajniji mehanizmi kojima se smanjuje produkcija grada pri zasejavanju. Na zasejivost oblaka veliki uticaj ima preraspodela prehladjene oblačne vode i oblačnog leda u zoni u kojoj oni mogu da koegzisti- raju.

Sadržaj

1 UVOD	1
1.1 Primena numeričkih modela oblaka u modifikaciji vremena	1
1.2 Pregled modela koji su korišćeni u modifikaciji vremena	2
1.3 Cilj rada	8
2 MODEL	10
2.1 Koordinatni sistem	10
2.1.1 Osnovno stanje	13
2.2 Jednačine modela	14
2.3 Diskretizovani oblik jednačina modela	17
2.4 Parametrizacija mikrofizičkih procesa u modelu	21
2.4.1 Dijagnoza produkcije snega	26
2.4.2 Dijagnoza produkcije grada	33
2.4.3 Dijagnoza produkcije kišne vode	39
2.4.4 Dijagnoza produkcije oblačnog leda	40
2.4.5 Podešavanje polja temperature, vodene pare, oblačne vode i oblačnog leda	42
2.5 Parametri modela	46
2.5.1 Orografija modela	46
2.5.2 Početni uslovi modela	46
2.5.3 Ostali parametri modela	51

3 REAGENS	52
3.1 Mehanizmi delovanja reagensa	52
3.1.1 Mehanizmi kontaktne nukleacije	53
3.2 Raspodela veličina reagensa	53
3.3 Aktivacione krive za kontaktne i depozicione nukleuse	53
3.3.1 DeMott-ove aktivacione krive.	54
3.4 Efekti zasejavanja reagensa na produkciju oblačnog leda i grada	57
3.4.1 Interakcija reagensa sa oblačnim kapljicama	57
3.4.2 Interakcija reagensa sa kišnim kapima	60
3.4.3 Povećanje mase oblačnog leda inicijalizacijom na aktivnom reagensu .	63
3.4.4 Promena procesa podešavanja zbog prisustva reagensa	64
3.5 Jednačina kontinuiteta reagensa	65
4 NUMERIČKI EKSPERIMENTI	66
4.1 Način zasejavanja reagensa	66
4.2 Održavanje mase pasivne supstance u modelu	69
4.3 Uticaj zasejavanja na polja oblačnih elemenata	71
4.4 Promena količine padavina kao posledica zasejavanja	82
4.4.1 Promena ukupne količine padavina	82
4.4.2 Promena prostorne raspodele količine padavina	85
4.5 Uticaj zasejavanja na vertikalne brzine u oblaku	88
4.6 Analiza produkcionih članova oblačnih elemenata	90
4.6.1 Produkcionи članovi za oblačni led	90
4.6.2 Produkcionи članovi za kišnu vodu	92
4.6.3 Produkcionи članovi za grad	93
5 ZAKLJUČAK	96
Spisak slika	98
Spisak tabela	102
Literatura	103

1

UVOD

Naučnu osnovu moderne modifikacije vremena predstavlja otkriće procesa rasta oblačnog leda na račun oblačne vode u oblačnoj sredini u kojoj mogu da koegzistiraju oblačna voda i oblačni led (Bergeron, 1949). Početak savremene modifikacije vremena datira od pedesetih godina prošlog veka i vezuje se za rad Šefera (Shaefer, 1946). U tom radu je pokazano da suvi led može da izazove brzu nukleaciju oblačnog leda, kada se nadje u blizini prehladjenih oblačnih kapljica. Slično dejstvo čestica srebro-jodida eksperimentalno je otkrio Vonnegut (1947). Saunders (1957) je ukazao na značaj razlika koje postoje u procesima koji su povezani sa nastankom oblačne vode i oblačnog leda na termodinamiku oblaka. Takođe, on je izračunao uticaj koji težina oblačnih elemenata ima na silu potiska delića vazduha.

U prvim numeričkim modelima simuliran je razvoj toplih suvih termika. Glavni napor u početku višedimenzionog modeliranja je bio uložen u to da simulirani oblak ima izgled stvarnog oblaka i da je simulirani razvoj padavina realan. Savremeni pomaci u naučnim saznanjima u vezi sa modifikacijom vremena zasejavanjem oblaka, postižu se u najvećoj meri upotrebom numeričkih modela oblaka, kao i numeričkih modela rasta delića oblaka.

1.1 Primena numeričkih modela oblaka u modifikaciji vremena

Numerički modeli oblaka se mogu koristiti kao pomoćno sredstvo pri razvoju hipoteza zasejavanja oblaka. Tu namenu je, na primer, imao jednodimenzioni stacionarni model (Simpson

i dr., 1965; Simpson i Wiggert, 1971) koji je korišćen u projektu testiranja dinamičkog koncepta zasejavanja.

Numerički modeli oblaka mogu se koristiti za procenu zasejivosti oblaka. Zasejivost oblaka je potencijal oblaka da produkuje više padavina ili da se dodatno vertikalno razvije kada se zaseje pogodnim reagensom. Na primer, u radovima (Weinstein, 1970; Wiggert i dr., 1982) korišćeni modeli su bili inicirani podacima iz radiosondažnih merenja, a na osnovu dobijenih rezultata vršena je procena zasejivosti oblaka.

Najsavremenijim modelima se mogu kvantitativno proceniti efekti zasejavanja oblaka kao i uslovi pri kojima se postižu optimalni rezultati. Tu se, pre svega misli na lokaciju mesta zasejavanja, vreme zasejavanja i količinu ubačenog reagensa. Takodje, može se proceniti način disperzije reagensa u oblaku ili uticaj topografije na transport reagensa, posebno reagensa koji se proizvodi generatorima na tlu (Bruintjes i dr., 1995). Ovakve procene mogu pomoći pri dizajniranju eksperimenata zasejavanja u prirodnim uslovima.

Povećanjem brzine i unapredjivanjem ostalih performansi računara postaje moguće korišćenje modela u operativnim projektima. Ako se model inicijalizuje jutarnjom sondažom ili ako se inicijalizacija izvrši pomoću prognoziranih podnevnih vrednosti iz modela većih razmara, mogu se modelom oblaka ili mezomodelom izračunati vrsta oblaka i njihova razvijenost, količina padavina, reakcija oblaka na zasejanje, radarska refleksivnost i druge veličine pre eventualnog operativnog sprovodjenja zasejavanja. Mogu se porebiti dobijene vrednosti u slučajevima sa i bez zasejavanja i na osnovu izračunatih efekata zasejavanja može se doneti odluka da li treba izvršiti operativno zasejanje.

Numerički modeli mogu da doprinesu boljem razumevanju procesa formiranja padavina u oblacima u prirodnim i u uslovima kada je oblak zasejan reagensom. Takodje, mogu se pomoću modela proučavati mikrofizički i dinamički efekti glaciogenog zasejavanja oblaka i njihova međusobna povezanost.

1.2 Pregled modela koji su korišćeni u modifikaciji vremena

Numerički modeli, kojima se simulira zasejanje oblaka reagensom, daju korisne informacije o promeni karakteristika oblaka. Kompjuterske simulacije ne mogu da zamene eksperimente u prirodi i laboratorijama, ali mogu da pomognu pri izboru mogućeg načina zasejavanja

i vrste reagensa.

Osnovni koncept povećanja padavina iz oblaka u kojima ima prehladjenih kapljica je dodatna produkcija kristala leda uvodjenjem veštačkih nukleusa leda u oblak. Pri povoljnim uslovima ovi kristali leda mogu dovoljno da narastu da mogu da počnu da padaju i da topljenjem ispod nivoa nulte izoterme predju u kišu.

Simpson i dr. (1965), Hossler i dr. (1967) i Simpson i Wiggert (1969) su simulirali efekte oslobođene latentne topote izazvane veštačkim smrzavanjem u stacionarnim jednodimenzijskim modelima kumulusnih oblaka i našli su dobru korelaciju izmedju predvidjenog i izmerenog vrha oblaka. Uzimajući u obzir činjenicu da jednodimenzijski stacionarni modeli imaju ograničenu mogućnost simuliranja mikrofizičkih procesa (Warner, 1970; Ćurić, 1989), latentna toplota oslobođena posle zasejavanja može biti precenjena (Orville i Hubbard, 1973). Dodatno, ovi modeli ne mogu adekvatno da simuliraju padavinske procese.

Weinstein (1970) je koristio jednodimenzijski vremensko zavisni model sa jednostavnom mikrofizikom za simulaciju zasejavanja oblaka srebro-jodidom. Rezultati njegovog eksperimenta pokazuju da dodatno smrzavanje, uzrokovan prisustvom reagensa, menja količinu padavina na način koji nije korelisan sa promenom visine vrha oblaka.

Jednodimenzijski mikrofizički model (Silverman i Glass, 1973) je modifikovan (Nelson, 1979) tako da je njime bilo moguće simulirati različite tehnike zasejavanja i testirati različite vrste reagensa. Upotrebljeni su suvi led i različiti higroskopni reagensi, uključujući srebro-jodid i razne egzotermne supstance kao što su kalcijum-hlorid i natrijum-hlorid. U model su uključili dodatnu Hallet-Mossopovu sekundarnu produkciju kristala leda. Zasejavanje se vrši sa kalcijum-hloridom i natrijum-hloridom u različitim vremenima i stadijumima razvoja oblaka. U njihovoј simulaciji su testirani sledeći efekti zasejavanja: a) ubrzavanje procesa koalescencije u toplim oblacima; b) ubrzavanje procesa koalescencije u mešovitim oblacima; c) uticaj oslobođene latentne topote na dinamiku procesa. Rezultati ovih eksperimenata su pokazali da je najefikasniji način masivno zasejavanje (1000 kg) delićima kalcijum-hlorida ili natrijum-hlorida na vrhu oblaka pet minuta posle njegove inicijalizacije. Korišćene su čestice reagensa koje su dovoljno velike da započnu rast kapljica procesom koalescencije (to su čestice sa prečnikom većim od $20 \mu\text{m}$). Padavine se formiraju direktnim sudaranjem i spajanjem ovih čestica sa oblačnim kapljicama. Najosetljiviji na ovakvo zasejavanje bili su oblaci duboki

manje od 2 km, koji ne produkuju mnogo kišne vode prirodnim putem. Dobijeni rezultati su konzistentni sa eksperimentalnim rezultatima zasejavanja tropskih kumulusa u Karibima (Braham i dr., 1957). U ovim eksperimentima vršeno je zasejanje malih kumulusnih oblaka sprejom vodenih kapi čiji je prečnik od $50 \mu\text{m}$ do $150 \mu\text{m}$. Za povećanje padavina koliko je dobijeno numeričkom simulacijom, bilo je potrebno da se velika količina vode (1.5 m^3) brzo rasprši (za 18 s) u gornjim delovima oblaka. Padavine su pospešivane direktnim sudaranjem i spajanjem ubaćenih kapi vode sa oblačnim kapljicama.

Numerički eksperimenti (Johnson, 1979) takođe pokazuju da ubacivanje velike količine zasejavajućeg materijala (reda tone) blizu vrha oblaka, sa veličinom čestica koje omogućavaju iniciranje direktnog rasta sudaranjem i spajanjem, dovodi do povećanja padavina u skladu sa eksperimentima u Karibima.

Nelson (1979) je testirao hipoteze u vezi sa efektima zasejavanja oblaka srebro-jodidom na padavine kiše i grada iz letnjeg konvektivnog oblaka u jednodimenzionom vremenski zavisnom modelu kumulusnog oblaka sa detaljnom mikrofizikom. U ovom modelu su i tečni i ledeni hidrometeori razdvojeni u 47 diskretnih kategorija po veličini. Model razdvaja inicijalizaciju embriona grada na dve prirodne kategorije: a) sugradica kao embrion grada u oblacima sa hladnom bazom, u kojima je rast kišnih kapi koalescencijom nedovoljan i u kojima je dominantni proces generisanja sugradice rast malih kristala oblačnog leda depozicijom vodene pare; b) smrznute kapi kao embrion grada u oblacima sa toploim bazom, u kojima se stvara značajan broj kapi milimetarske veličine (preko procesa koalescencije) koje se smrzavaju na umerenom prehladjenju. Rezultati modela pokazuju da čestice srebro-jodida mogu biti delotvornije upotrebljene za smanjenje padavina grada u oblacima sa smrznutim kapima kao embrionima grada, nego u oblacima sa sugradicom kao embrionom grada. Za tip oblaka sa sugradicom kao embrionom grada i kiša i grad su povećani zasejavanjem. Ukupna količina reagensa upotrebljena u njihovom eksperimentu bila je 10 kg srebro-jodida. Budući da je model jednodimenzioni, simulacija padavinskih procesa je bila nepouzdana jer proces recirkulacije padavina u ovom tipu modela nije moguć.

Simulacija zasejavanja hladnih orografskih oblaka je vršena u dvodimenzionim stacionarnim numeričkim modelima (Young, 1974a,b; Plooster i Fukuta, 1975). Neki drugi radovi su usredsredjeni na testiranje koncepata protivgradne zaštite, a ne na povećanje padavina (Young,

1977).

Jedan od najpoznatijih mikrofizičkih modela koji simulira mikrofizičke procese u oblaku je model koji su koristili Lamb i dr. (1981). Oni su simulirali najvažnije procese smrzavanja prehladjene vode u topлом maritimnom Cb oblaku sa velikim oblačnim kapljicama. Pokazali su da je sekundarna produkcija kristala leda najvažnija u analiziranom tipu oblaka i da može izazvati potpuno smrzavanje prehladjenih kapljica. Zanemarili su imerzionalno smrzavanje koje je veoma značajno u sredini u kojoj postoji velika količina kišnih kapi. Zbog toga, vreme zaledjivanja u oblaku koje su dobili je sasvim nerealno.

Ćurić i Janc (1990, 1993a) su koristili verziju mikrofizičkog modela sa parametrizacijom ukupne vode za simulaciju kontaktne i depozicione nukleacije i imerzionog smrzavanja za nezasejavani slučaj i slučaj neposredno posle zasejavanja hladnog kontinentalnog Cb oblaka. Srebro-jodid je ubacivan u oblast oblaka sa temperaturom izmedju -8°C i -12°C . Njihovi rezultati pokazuju: a) Braunovska koagulacija kišnih kapi je najvažniji mehanizam kontaktne nukleacije za slučaj sa zasejavanjem sa velikom količinom kišnih kapi; b) kontaktna nukleacija je značajnija od depozicione za temperaturnu oblast korišćenu u modelu; c) imerzionalno smrzavanje je najvažniji mehanizam za sve slučajeve sa velikom količinom kišnih kapi; d) nukleacioni mehanizmi su mnogo osetljiviji na promenu temperature nego na promenu pritiska.

Ćurić i Janc (1995) su koristili jednodimenzioni kinematički model Lagranževog tipa za ispitivanje efikasnosti protivgradne zaštite. Zasejavanje srebro-jodidom je izvršeno na donjoj granici zone zasejavanja (-8°C). Interakcija reagensa sa okolinom je računata mikrofizičkim modelom (Ćurić i Janc, 1990). Pokazano je da je produkcija zametaka zrna grada snažno zavisna od tipa raspodele koja se upotrebi za kapljice vode.

U svojoj magistarskoj tezi Vučković (1995) je u cilju testiranja promena karakteristika kumulonimbusnih (Cb) oblaka pri njihovom zasejavanju srebro-jodidom modifikovao postojeći jedno-dimenzioni vremensko zavisni model, opisan u radu (Ćurić i Janc, 1993b). Dodate su nove prognostičke veličine (oblačni led i odnos smeše reagensa), napisana je nova šema podešavanja vodene pare, oblačne vode i oblačnog leda. Takođe, napravljena je šema kojom se može vršiti zasejavanje oblaka po različitim kriterijumima. Dobijeni rezultati pokazuju da se zbog zasejavanja povećava količina padavina kiše, dolazi do ranije pojave padavina, ubrzava se razvoj oblaka, promena količine padavina grada zavisi od količine i načina zasejavanja re-

agensa. Osetljivost oblaka na zasejavanje bila je velika u njegovoj ranoj fazi, a veoma mala u kasnijim fazama razvoja.

U radu (Ćurić i dr., 1997) testiran je, upotrebom mikrofizičkog modela, uticaj koji ima raspodela veličina kišnih kapi na efekte zasejavanja gradonosnih oblaka. Pokazano je da produkcija graupela veoma zavisi od vrste raspodele i srednje veličine kišnih kapi.

Višedimenzionim vremensko zavisnim modelima oblaka mogu se simulirati polje strujanja i raspodela padavina na mnogo realističniji način. Dalje, pomoću njih se može računati širenje reagensa i mogu biti upotrebljeni za istraživanje uticaja efekata cirkulacije u oblaku na posledice zasejavanja. Trodimenzioni modeli mogu na realističan način da simuliraju inicijalizaciju, rast i raspadanje oblaka, ali su računski skuplji.

Za simulaciju efekata povećavanja količine padavina korišćen je ograničen broj modela (Clark, 1977; Clark i Farley, 1984; Smolarkiewicz i Clark, 1985). U eksperimentima sa ovim modelima pokazano je da zbog zasejavanja oblak dobija dodatnu silu potiska što dovodi do povećanja njegovog rasta i do povećanja padavina na tlu.

Orville i Kopp (1977) su koristili dvodimenzioni vremensko zavisni model za simulaciju zasejavanja oblaka. Sa raznim, unapred definisanim temperaturnim pragom koji je povezan sa slabim, umerenim i jakim zasejavanjem odredili su količinu oblačne vode koja će da bude zamrznuta. Njihovi rezultati pokazuju porast ukupnih padavina od 0% do 18% za slabo zasejavanje, od 8% do 60% za umereno i od -30% do 22% za jako zasejavanje. U njihovim eksperimentima procesi smrzavanja su bili previše veliki.

U dvodimenzionom vremenski zavisnom modelu oblaka (Hsie i dr., 1980) simulirano je zasejavanje oblaka srebro-jodidom. Njihov model je zasnovan na modelu koji je opisan u radu Orville i Kopp (1977). U modelu je poboljšana mikrofizička interakcija izmedju ledene i tečne faze i ubačeno je dodatno polje za trasiranje reagensa, koji se može advektirati i širiti u oblaku i ragovati sa hidrometeorima. Reagens je ubacivan trenutno u zonu sa jakim uzlaznim kretanjima ispod baze oblaka, kao što je radjeno u nekim operativnim projektima. Ledena faza je inicirana depozicionom nukleacijom, kontaktnom nukleacijom i smrzavanjem kišnih kapi. U većini njihovih eksperimenata reagens je zasejan ispod baze oblaka u oblast jakih uzlaznih struja u trenutku kada vrh oblaka dostigne nivo -10°C . Početna raspodela reagensa imala je izgled pravougaonog bloka, sa maksimalnom vrednošću u centru, koja je opadala eksponen-

cijalno sa udaljavanjem od centra. Maksimalna vrednost odnosa smeše reagensa koju su oni koristili je bila $2.5 \times 10^{-9} \text{ kgkg}^{-1}$. Njihovi rezultati pokazuju da reagens ima najveći učinak u hladnom delu oblaka, uglavnom u temperaturnom intervalu od -5°C do -15°C . Cirkulacija u oblaku je značajno uticala na širenje reagensa. Reagens je bivao utrošen za 10-15 minuta uglavnom služeći kao depozicioni nukleus. U njihovim simulacijama zbog zasejavanja kišne padavine su povećane do 374%, a padavine grada do 143%. Generalni zaključak, koji sledi iz rezultata velikog broja eksperimenata je da postoji potencijal za povećanje padavina zasejavanjem oblaka srebro-jodidom, ali da su vreme i mesto početnog zasejavanja od krucijalnog značaja za dobijanje optimalnih efekata. Po mišljenju autora prikazana simulacija ima izvesne nedostatke od kojih su istakli sledeće: a) polje strujanja u oblaku ne može biti najbolje predstavljeno u dvodimenzionom modelu. To će uticati na proces disperzije reagensa. Međutim, ako bi se isti koncept zasejavanja reagensa primenio u trodimenzionom modelu bilo bi potrebno od 10 do 100 puta više računskog vremena. b) Marshall-Palmerova raspodela veličina zrna grada precenjujetopljenje velikih zrna grada i na taj način i padavine kiše.

U okviru Alberta eksperimenta od 1978. godine vršeno je zasejavanje letnjih kumulusnih i stratokumulusnih oblaka. Dvodimenzionalni vremenski zavisni model (Kopp, 1988) je korišćen za simulaciju tih eksperimenata. Svrha numeričke simulacije je bila poređenje rezultata modela sa osmotrenim i procenama napravljenih promena modelovanja oblačnog leda. Model je imao prednost nad stvarnim eksperimentom jer je mogao simulirati isti oblik sa i bez zasejavanja. Maksimalni odnos smeše reagensa u ovim simulacijama je bio $19.1 \times 10^{-10} \text{ kgkg}^{-1}$. Jedan od zaključaka je bio da je količina reagensa upotrebljena u numeričkoj simulaciji manja od količine reagensa koju je stvarno trebalo ubaciti u oblik da bi se izazvali isti efekti.

Orville i dr. (1984) su koristili dvodimenzionalni vremenski zavisni model za simulaciju zasejavanja stratiformnog oblaka. U njihovom modelu na nižim nivoima dolazi do mezarazmerne konvergencije vazduha, a na višim nivoima do divergencije, što dovodi do formiranja stratiformnih oblaka. Ovi oblaci su zasejavani suvim ledom i srebro-jodidom i dobijeno je više neočekivanih rezultata. Ubacivanje srebro-jodida uzrokuje jake promene dinamike oblaka. Dobijena su uzlazna kretanja od nekoliko ms^{-1} na mestima gde je vršeno zasejavanje, dok su na odgovarajućim mestima u nezasejavanom slučaju vertikalne brzine bile od 10 cms^{-1} do 20 cms^{-1} . Ove promene su posledica oslobođene latentne topote pri smrzavanju tečne vode

i promene zasićenja u odnosu na vodu, u zasićenje u odnosu na led. Eksperimenti zasejavanja suvim ledom nisu dali značajne efekte, što je posledica brzog padanja čestica suvog leda kroz oblak i njihovog kratkotrajnog zadržavanja u oblasti u kojoj se mogu izazvati značajnije promene.

Farley (1987) simulira višećelijski oblak koji je osmotren u toku Alberta projekta 1983. godine. Jedna od cilja ovog oblaka bila je tretirana placebom a druga suvim ledom. Korišćena je modifikovana verzija dvodimenzionog vremensko zavisnog modela kategorija grada. Simulacija prirodnog razvoja oblaka (bez zasejavanja) dala je rezultate koji se veoma dobro slažu sa osmotrenim. Količina padavina grada pri tlju i razmre oblaka su dobro simulirane, mada je visina vrha oblaka bila suviše visoka posebno u zrelog stadijumu oblaka. Vrštene su i uporedne simulacije zasejavanja srebro-jodidom i suvim ledom i dobijeni rezultati pokazuju da suvi led izaziva veće promene. U oba slučaja produkcija padavinskog leda je zbog zasejavanja bila početno povećana i smanjena u kasnijim fazama razvoja oblaka. Količina padavina kiše je malo povećana, a padavine grada su malo smanjene. Ove numeričke simulacije su potvrđile da zbog zasejavanja dolazi do ranije produkcije snega, grada i graupela.

Farley i dr. (1994) su simulirali zasejavanje umereno razvijene konvektivne celijske. Koristili su Clarkov trodimenzionalni model u koji su ugradili kod za modelovanje zasejavanja oblaka. Njihovi rezultati su pokazali da su se oblačni led i padavine zbog zasejavanja formirali oko 2 minuta ranije, što je dovelo do povećanja padavina pri tlju. Dinamika oblaka u ovoj simulaciji se vrlo malo promenila posle zasejavanja.

U radu (Meyers i dr., 1995) simulirano je zasejavanje orografskih oblaka korišćenjem RAMS (Regional Atmospheric Modeling System) modela. Analiziran je uticaj zasejavanja na koncentraciju kristala oblačnog leda i na količinu padavina niz vetar od zone zasejavanja. Model je bio trostruko nestovan sa horizontalnim korakom od 16 km za spoljašnju, 4 km za srednju i 1 km za finu mrežu, a broj tačaka mreže bio je $48 \times 38 \times 48$ za spoljašnju i srednju i $50 \times 50 \times 49$ za finu mrežu. Korak u vertikalnom pavcu je bio promenljiv i kretao se od 100 do 800 m. Veći korak u vremenu je bio 30 s za obe spoljašnje mreže i 5 s za unutrašnju mrežu. Korišćeni su topografski podaci na $30''$. Aktivacione krive za reagens, koji su oni koristili, dobijene su fitovanjem DeMott-ovih eksperimentalnih rezultata. Početna koncentracija reagensa u zoni zasejavanja bila je $16 \times 10^4 \text{ dm}^{-3}$. Rezultati njihovih eksperimenata pokazuju

da se koncentracija malih kristala leda može zbog zasejavanja povećati za red veličine, na nekim lokacijama niz vетар od zone zasejavanja. Povećanje padavina bilo je od 0.1 do 0.7 mm, a postojala je jedna manja oblast u kojoj su padavine bile smanjene.

1.3 Cilj rada

U svojoj magistarskoj tezi autor ove disertacije je uradio numeričku simulaciju zasejavanja Cb oblaka, koristeći jednodimenzioni model oblaka. Neka ograničenja ovakvih modela, pre svega loša procena količine padavina, nemogućnost praćenja disperzije reagensa, nekonzervativnost korišćenih numeričkih šema, i dr. onemogućavaju realno predstavljanje procesa zasejavanja i kvantifikaciju posledica zasejavanja.

Pojavom savremenih nehidrostatickih regionalnih prognostičkih modela, postalo je moguće uraditi simulaciju zasejavanja oblaka na kvalitativno višem nivou, a dobijeni rezultati bi trebalo da budu mnogo realniji. U tom cilju treba uraditi sledeće:

- Prilagoditi model lokalnim uslovima. Tu se, pre svega misli na implementiranje topografije bivše Jugoslavije u model.
- Osmisliti i ugraditi u 3D model šemu sa zasejavanje.
- Uvesti novu prognostičku promenljivu za odnos smeše reagensa.
- Definisati i modelovati produkcione članove elemenata oblaka koje inicira reagens.
- Testirati osetljivost modela na zasejavanje.
- Izvršiti numeričke eksperimente u kojima bi se testirali različiti načini zasejavanja i analizirale njihove posledice.

2

MODEL

U ovom radu korišćen je regionalni, nehidrostatički, atmosferski prognostički model ARPS (Advanced Regional Prediction System). Model je razvijen u Centru za analizu i prognozu olujnih nepogoda (CAPS) na Univerzitetu u Oklahoma u SAD. Njime se mogu simulirati atmosferski procesi različitih razmara, od regionalnih do mikrofizičkih. Model je zasnovan na Navier-Stoksovim jednačinama i koristi generalizovani koordinatni sistem koji prati orografsku površinu.

2.1 Koordinatni sistem

Jednačine u ARPS modelu su napisane u krivolinijskom koordinatnom sistemu (ξ, η, ζ) koji je definisan kao

$$\begin{aligned}\xi &= x, \\ \eta &= y, \\ \zeta &= \zeta(x, y, z),\end{aligned}\tag{2.1}$$

ili kao

$$\begin{aligned}x &= \xi, \\ y &= \eta, \\ z &= z(\xi, \eta, \zeta).\end{aligned}\tag{2.2}$$

Ovo je specijalan slučaj punog trodimenzionog sistema. Vertikalno istezanje mreže i poklapanje donje površine mreže sa orografijom omogućeno je transformacijom vertikalne koordinate. Kartezijanske komponente brzine u , v i w mogu biti izražene kao funkcije kontravarijantnih brzina U^c , V^c i W^c , u skladu sa (Sharman i dr., 1988), kao

$$\begin{aligned} u &= U^c \frac{\partial x}{\partial \xi} + V^c \frac{\partial x}{\partial \eta} + W^c \frac{\partial x}{\partial \zeta}, \\ v &= U^c \frac{\partial y}{\partial \xi} + V^c \frac{\partial y}{\partial \eta} + W^c \frac{\partial y}{\partial \zeta}, \\ w &= U^c \frac{\partial z}{\partial \xi} + V^c \frac{\partial z}{\partial \eta} + W^c \frac{\partial z}{\partial \zeta}. \end{aligned} \quad (2.3)$$

Inverzna transformacija može se napisati u obliku

$$\begin{aligned} U^c \sqrt{G} &= u J_{\eta\zeta}^{yz} + v J_{\eta\zeta}^{zx} + w J_{\eta\zeta}^{xy}, \\ V^c \sqrt{G} &= u J_{\zeta\xi}^{yz} + v J_{\zeta\xi}^{zx} + w J_{\zeta\xi}^{xy}, \\ W^c \sqrt{G} &= u J_{\xi\eta}^{yz} + v J_{\xi\eta}^{zx} + w J_{\xi\eta}^{xy}, \end{aligned} \quad (2.4)$$

gde su Jakobijani transformacije definisani kao

$$J_{\eta\zeta}^{yz} \equiv \frac{\partial(y, z)}{\partial(\eta, \zeta)} = \begin{vmatrix} \frac{\partial y}{\partial \eta} & \frac{\partial y}{\partial \zeta} \\ \frac{\partial z}{\partial \eta} & \frac{\partial z}{\partial \zeta} \end{vmatrix}, \quad (2.5)$$

i \sqrt{G} je determinanta Jakobijeve matrice transformacije sistema (ξ, η, ζ) u sistem (x, y, z)

$$\sqrt{G} \equiv \frac{\partial(x, y, z)}{\partial(\xi, \eta, \zeta)} = \begin{vmatrix} \frac{\partial x}{\partial \xi} & \frac{\partial x}{\partial \eta} & \frac{\partial x}{\partial \zeta} \\ \frac{\partial y}{\partial \xi} & \frac{\partial y}{\partial \eta} & \frac{\partial y}{\partial \zeta} \\ \frac{\partial z}{\partial \xi} & \frac{\partial z}{\partial \eta} & \frac{\partial z}{\partial \zeta} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} x_\xi & x_\eta & x_\zeta \\ y_\xi & y_\eta & y_\zeta \\ z_\xi & z_\eta & z_\zeta \end{vmatrix}. \quad (2.6)$$

Jednačina kontinuiteta, za nestišljiv fluid u transformisanom koordinatnom sistemu, za ska-

larnu veličinu ϕ ima oblik

$$\frac{\partial(\sqrt{G}\phi)}{\partial t} + \frac{\partial(\sqrt{GU^c}\phi)}{\partial\xi} + \frac{\partial(\sqrt{GV^c}\phi)}{\partial\eta} + \frac{\partial(\sqrt{GW^c}\phi)}{\partial\zeta} = S\sqrt{G}, \quad (2.7)$$

gde je S član izvora (ponora) promenljive ϕ .

Jakobijani transformacija su:

$$\begin{aligned} J_{\eta\zeta}^{yz} &\equiv \frac{\partial z}{\partial\zeta} & J_{\eta\zeta}^{zx} &\equiv 0 & J_{\eta\zeta}^{xy} &\equiv 0 \\ J_{\xi\zeta}^{yz} &\equiv 0 & J_{\zeta\xi}^{zx} &\equiv \frac{\partial z}{\partial\xi} & J_{\zeta\xi}^{xy} &\equiv 0 \\ J_{\xi\eta}^{yz} &\equiv -\frac{\partial z}{\partial\xi} & J_{\xi\eta}^{zx} &\equiv -\frac{\partial z}{\partial\eta} & J_{\xi\eta}^{xy} &\equiv 1 \end{aligned} \quad (2.8)$$

i

$$\sqrt{G} = \left| \frac{\partial z}{\partial\zeta} \right|. \quad (2.9)$$

Jakobijani, koji nisu konstantni, su obeleženi na sledeći način

$$\begin{aligned} J_1 &\equiv J_{\xi\eta}^{yz} = -\frac{\partial z}{\partial\xi}, \\ J_2 &\equiv J_{\xi\eta}^{zx} = -\frac{\partial z}{\partial\eta}, \\ J_3 &\equiv J_{\zeta\xi}^{zx} = \frac{\partial z}{\partial\zeta}. \end{aligned} \quad (2.10)$$

Trodimenzioni Jakobijan je odavde

$$\sqrt{G} = |J_3|. \quad (2.11)$$

Kontravarijantne komponente brzine, u skladu sa (2.4), su

$$\begin{aligned} U^c &= \frac{uJ_3}{\sqrt{G}}, \\ V^c &= \frac{vJ_3}{\sqrt{G}}, \\ W^c &= \frac{uJ_1 + vJ_2 + w}{\sqrt{G}}. \end{aligned} \quad (2.12)$$

Pretpostavljajući da ζ monotono raste sa z , sledi da je $J_3 \geq 0$ i $J_3 = \sqrt{G}$. Takodje $U^c = u$ i $V^c = v$.

Relacije koje povezuju prostorne izvode u Kartezijanskim (x, y, z) i krivolinijskim koordinatama (ξ, η, ζ) su

$$\begin{aligned}\frac{\partial \phi}{\partial x} &= \frac{1}{\sqrt{G}} \left[\frac{\partial}{\partial \xi} (J_3 \phi) + \frac{\partial}{\partial \zeta} (J_1 \phi) \right], \\ \frac{\partial \phi}{\partial y} &= \frac{1}{\sqrt{G}} \left[\frac{\partial}{\partial \eta} (J_3 \phi) + \frac{\partial}{\partial \zeta} (J_1 \phi) \right], \\ \frac{\partial \phi}{\partial z} &= \frac{1}{\sqrt{G}} \frac{\partial \phi}{\partial \zeta}.\end{aligned}\quad (2.13)$$

Računska mreža u ARPS-u može se arbitarno definisati. Jakobijani se računaju numerički u skladu sa (2.10), nakon definisanja računske mreže. Ovi Jakobijani su korišćeni za formulisvanje jednačina sistema u računskom prostoru.

2.1.1 Osnovno stanje

Komponente brzine i promenljive stanja su definisane kao sume osnovnog stanja promenljivih i odstupanja od osnovnog stanja. Osnovno stanje je horizontalno homogeno, nezavisno od vremena i hidrostaticki uravnoteženo.

Promenljive modela mogu biti napisane kao

$$\begin{aligned}u(x, y, z, t) &= \bar{u}(z) + u'(x, y, z, t) \\ v(x, y, z, t) &= \bar{v}(z) + v'(x, y, z, t) \\ w(x, y, z, t) &= w'(x, y, z, t) \\ \theta(x, y, z, t) &= \bar{\theta}(z) + \theta'(x, y, z, t) \\ p(x, y, z, t) &= \bar{p}(z) + p'(x, y, z, t) \\ \rho(x, y, z, t) &= \bar{\rho}(z) + \rho'(x, y, z, t) \\ q_v(x, y, z, t) &= \bar{q}_v(z) + q'_v(x, y, z, t) \\ q_{l_i}(x, y, z, t) &= q'_{l_i}(x, y, z, t)\end{aligned}\quad (2.14)$$

u , v i w su Kartezijanske komponente brzine, θ je potencijalna temperatura, p pritisak, ρ gustina, q_v odnos smeše vodene pare i q_{l_i} predstavlja odnose smeše oblačne vode q_c , kišne vode q_r , oblačnog leda q_i , grada q_h i snega q_s . Promenljive osnovnog stanja su nadvučene, a odstu-

panja su obeležena sa ('). Osnovno stanje za w i q_{l_i} je nula.

U transformisanom koordinatnom sistemu jednačine (2.14) su

$$\begin{aligned}
 u(\xi, \eta, \zeta, t) &= \bar{u}(\xi, \eta, \zeta) + u'(\xi, \eta, \zeta, t) \\
 v(\xi, \eta, \zeta, t) &= \bar{v}(\xi, \eta, \zeta) + v'(\xi, \eta, \zeta, t) \\
 w(\xi, \eta, \zeta, t) &= w'(\xi, \eta, \zeta, t) \\
 \theta(\xi, \eta, \zeta, t) &= \bar{\theta}(\xi, \eta, \zeta) + \theta'(\xi, \eta, \zeta, t) \\
 p(\xi, \eta, \zeta, t) &= \bar{p}(\xi, \eta, \zeta) + p'(\xi, \eta, \zeta, t) \\
 q_v(\xi, \eta, \zeta, t) &= \bar{q}_v(\xi, \eta, \zeta) + q'_v(\xi, \eta, \zeta, t) \\
 q_{l_i}(\xi, \eta, \zeta, t) &= q'_{l_i}(\xi, \eta, \zeta, t).
 \end{aligned} \tag{2.15}$$

Veličine osnovnog stanja u transformisanom koordinatnom sistemu su funkcije tri nezavisno promenljive (ξ, η, ζ) , tako da se one menjaju duž koordinatnih površina u slučaju kada je uključena orografska.

Osnovno stanje atmosfere je hidrostatički uravnoteženo, odnosno, važi relacija

$$\frac{\partial \bar{p}}{\partial \zeta} = -\sqrt{G} \bar{\rho} g. \tag{2.16}$$

2.2 Jednačine modela

U ARPS-u se rešavaju prognostičke jednačine za x , y i z komponente Kartezijanske brzine (u , v i w), za poremećenje potencijalne temperature θ' , poremećenje pritiska p' , odnos smeše vodene pare q_v i za pet kategorija vode (oblačna voda, kišna voda, oblačni led, sneg i grad).

Jednačina stanja za atmosferu koja sadrži vodenu supstancu može se napisati kao

$$\rho = \frac{p}{R_d T} \left(1 - \frac{q_v}{\epsilon + q_v}\right) \left(1 + q_v + \sum_{i=1}^5 q_{l_i}\right), \tag{2.17}$$

gde je T temperatura vazduha, R_d gasna konstanta suvog vazduha i $\epsilon = \frac{R_d}{R_v} \approx 0.622$.

Jednačine kretanja su

$$\begin{aligned} \frac{\partial u^*}{\partial t} = & - \left(u^* \frac{\partial u}{\partial \xi} + v^* \frac{\partial u}{\partial \eta} + w^{c^*} \frac{\partial u}{\partial \zeta} \right) - \left\{ \frac{\partial}{\partial \xi} [J_3(p' - \alpha \text{Div}^*)] + \frac{\partial}{\partial \zeta} [J_1(p' - \alpha \text{Div}^*)] \right\} \\ & + [\rho^* f v - \rho^* \tilde{f} w] + \sqrt{G} D_u, \end{aligned} \quad (2.18)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial v^*}{\partial t} = & - \left(u^* \frac{\partial v}{\partial \xi} + v^* \frac{\partial v}{\partial \eta} + w^{c^*} \frac{\partial v}{\partial \zeta} \right) - \left\{ \frac{\partial}{\partial \eta} [J_3(p' - \alpha \text{Div}^*)] + \frac{\partial}{\partial \zeta} [J_2(p' - \alpha \text{Div}^*)] \right\} \\ & - \rho^* f u + \sqrt{G} D_v, \end{aligned} \quad (2.19)$$

$$\frac{\partial w^*}{\partial t} = - \left(u^* \frac{\partial w}{\partial \xi} + v^* \frac{\partial w}{\partial \eta} + w^{c^*} \frac{\partial w}{\partial \zeta} \right) - \frac{\partial}{\partial \zeta} (p' - \alpha \text{Div}^*) + \rho^* B + \rho^* \tilde{f} u + \sqrt{G} D_w. \quad (2.20)$$

U jednačinama kretanja veličine obeležene zvezdicom su definisane na sledeći način

$$\begin{aligned} \rho^* &= \sqrt{Q} \bar{\rho} \\ u^* &= \rho^* u \\ v^* &= \rho^* v \\ w^* &= \rho^* w \\ W^{c^*} &= \rho^* W^c. \end{aligned} \quad (2.21)$$

Članovi na desnoj strani jednačina (2.18) i (2.19) su redom advekcija količine kretanja, sila gradijenta poremećenja pritiska i Koriolisova sila. Članovi D_u i D_v predstavljaju turbulenciju podmrežnih razmara i računsko mešanje. U vertikalnoj jednačini kretanja (2.20) postoji još i član sile potiska. Sila potiska se, koristeći jednačinu stanja, može napisati u obliku

$$B = -g \frac{\rho'}{\bar{\rho}} = g \left(\frac{\theta'}{\bar{\theta}} - \frac{p'}{\bar{\rho} c_s^2} + \frac{q'_v}{\epsilon + \bar{q}_v} - \frac{q'_v + \sum_{i=1}^5 q_{l_i}}{1 + \bar{q}_v} \right), \quad (2.22)$$

$c_s \equiv \sqrt{\gamma R \bar{T}}$ je brzina zvučnih talasa i $\gamma \equiv \frac{c_p}{c_v}$ je odnos specifičnih toplota vazduha pri konstantnom pritisku i konstantnoj zapremini.

Član αDiv^* je računsko prigušenje divergencije, dizajniran da oslabi akustične talase, a Div^* je po gustini osrednjena divergencija definisana izrazom

$$Div^* = \frac{1}{\sqrt{G}} \left(\frac{\partial u^*}{\partial \xi} + \frac{\partial v^*}{\partial \eta} + \frac{\partial w^*}{\partial \zeta} \right) \quad (2.23)$$

i α je koeficijent prigušenja.

Jednačina prvog principa termodinamike je izražena preko poremećenja potencijalne temperature

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho^* \theta') = - \left(u^* \frac{\partial \theta'}{\partial \xi} + v^* \frac{\partial \theta'}{\partial \eta} + w^* \frac{\partial \theta'}{\partial \zeta} \right) - \rho^* w \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial z} + \sqrt{G} D_\theta + \sqrt{G} S_\theta. \quad (2.24)$$

Članovi na desnoj strani su advekcija poremećenja potencijalne temperature, vertikalna advekcija osnovnog stanja potencijalne temperature, turbulentno mešanje i zagrevanje ili hladjenje izazvano mikrofizičkim procesima, zračenjem ili drugim dijabatskim procesima.

Prognostička jednačina za poremećenje pritiska, dobijena iz jednačine stanja i jednačine kontinuiteta, je

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} (J_3 p') &= - \left[(J_3 u) \frac{\partial p'}{\partial \xi} + (J_3 v) \frac{\partial p'}{\partial \eta} + (J_3 W^c) \frac{\partial p'}{\partial \zeta} \right] + J_3 \bar{\rho} g w \\ &\quad - \bar{\rho} c_s^2 \left[\frac{\partial}{\partial \xi} (J_3 u) + \frac{\partial}{\partial \eta} (J_3 v) + \frac{\partial}{\partial \zeta} (J_3 W^c) \right] \\ &\quad + J_3 \bar{\rho} c_s^2 \left(\frac{1}{\theta} \frac{d\theta}{dt} - \frac{1}{E} \frac{dE}{dt} \right), \end{aligned} \quad (2.25)$$

i $E \equiv 1 + 0.608 q_v + \sum_{i=1}^5 q_{l_i}$.

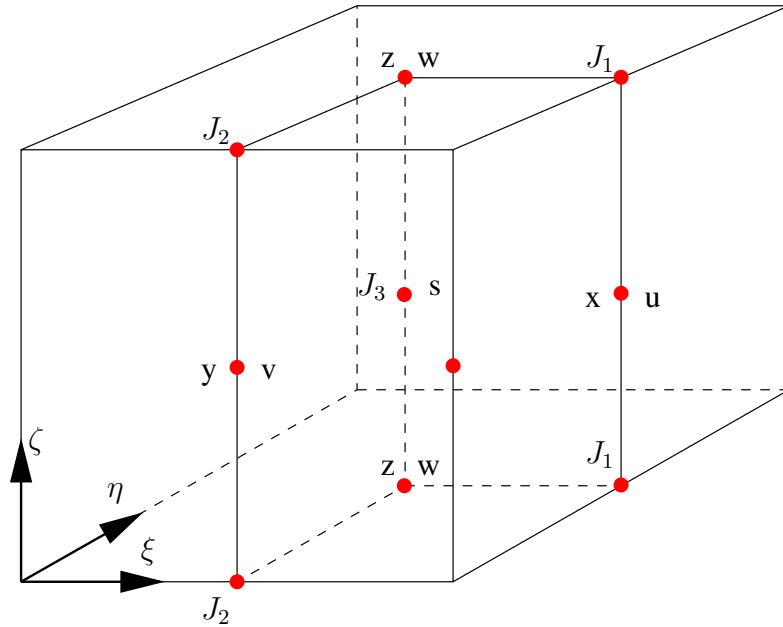
Jednačine kontinuiteta za odnos smeše vodene pare i pet kategorija vode (oblačna voda, kišna voda, oblačni led, sneg i grad) napisane su u uopštenoj formi za promenljivu q_ψ kao

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho^* q_\psi) = - \left(u^* \frac{\partial q_\psi}{\partial \xi} + v^* \frac{\partial q_\psi}{\partial \eta} + W^c \frac{\partial q_\psi}{\partial \zeta} \right) + \frac{\partial (\rho^* V_{q_\psi} q_\psi)}{\partial \zeta} + \sqrt{G} D_{q_\psi} + \sqrt{G} S_{q_\psi}. \quad (2.26)$$

Članovi na desnoj strani su advekcija, sedimentacija, turbulentno mešanje i član izvora (ponora) koji je posledica mikrofizičkih procesa. Član sedimentacije predstavlja padanje hidrometeora (kišna voda, sneg i grad) njihovom terminalnom brzinom V_{q_ψ} . Za oblačnu vodu i oblačni led ovaj član je jednak nuli.

2.3 Diskretizovani oblik jednačina modela

Jednačine modela, opisane u prethodnom poglavlju, rešavane su numerički metodom konačnih razlika na pravougaonoj računskoj mreži tačaka. Promenljive modela su rasporedjene na Arakavinoj C mreži, gde su skalarne veličine definisane u centru zapreminskog elementa mreže i komponente brzine na odgovarajućim stranicama, kao što je prikazano na slici (2.1).



Slika 2.1: Prostorni raspored koordinata i promenljivih na mreži

U cilju predstavljanja diskretizovanih jednačina uvedena je notacija za osrednjavanje i diferenciranje

$$\begin{aligned}\bar{\alpha}^{n,s} &= \frac{1}{2} \left[\alpha(s + n\frac{\Delta s}{2}) + \alpha(s - n\frac{\Delta s}{2}) \right] \\ \delta_n s \alpha &= \frac{1}{n\Delta s} \left[\alpha(s + n\frac{\Delta s}{2}) - \alpha(s - n\frac{\Delta s}{2}) \right]\end{aligned}\quad (2.27)$$

α je zavisno promenljiva, s je koordinata duž koje se vrši računska operacija i n je ceo broj.

Diskretizovana forma jednačine (2.21) je

$$\begin{aligned} u^* &= \overline{\rho^*}^\xi u, \\ v^* &= \overline{\rho^*}^\eta v, \\ w^* &= \overline{\rho^*}^\zeta w, \\ W^c &= \overline{\rho^*}^\zeta W^c. \end{aligned} \quad (2.28)$$

Kontravariantna vertikalna brzina W^c je definisana na w tački i u diskretizovanom obliku je

$$W^c = \frac{1}{\sqrt{G}^\zeta \overline{\rho^*}^\zeta} (\overline{u^*}^\zeta J_1^\xi + \overline{v^*}^\zeta J_2^\eta + w^*). \quad (2.29)$$

Zbog nehidrostatičnosti u modelu se javljaju akustični talasi. Njihovo prisustvo ograničava dužinu vremenskog koraka u eksplicitnim šemama za diferenciranje po vremenu. Da bi se povećala efikasnost modela upotrebljena je tehnika rascepljivanja u vremenu (Klemp i Wilhelmson, 1978). Veliki vremenski korak je podeljen na više malih vremenskih koraka. Članovi povezani sa zvučnim talasima se računaju u svakom malom vremenskom koraku, a svi ostali članovi samo u svakom velikom vremenskom koraku.

Za diferenciranje po velikom vremenskom koraku koristi se preskočna šema. Svi članovi prostornog diferenciranja su drugog reda tačnosti, osim advektivnog člana koji može biti drugog ili četvrtog reda tačnosti. Za mali vremenski korak integracije primenjuju se opcionalno dve različite šeme. Prva je unapred-unatrag šema. Kada se ona koristi, jednačine kretanja se integrale u malom koraku u vremenu upotrebljavajući šemu unapred (računaju se članovi sile gradijenta pritiska), zatim se intergali jednačina pritiska koristeći šemu unatrag (računa se divergencija upotrebljavajući prethodno ažuriranu brzinu). Druga šema koja se može koristiti za integraciju po malom vremenskom koraku je implicitna Crank-Nicolsonova šema.

U ARPS-u postoji mogućnost računanja modova gravitacionih talasa u malim vremenskim koracima. Ona uključuje računanje dela sile potiska koji potiče od poremećenja potencijalne temperature, zatim računanje advekcije osnovnog stanja potencijalne temperature i računanje jednačine prvog principa termodinamike.

Jednačine za u, v, w, p' i θ' u konačnim razlikama su:

$$\overline{\rho^*}^\xi \frac{u^{\tau+\Delta\tau} - u^\tau}{\Delta\tau} = - \left\{ \delta_\xi [J_3(p' - \alpha \text{Div}^*)] + \delta_\zeta [J_1 \overline{p'} - \alpha \overline{\text{Div}}^* \zeta \xi] \right\}^\tau + f_u^t, \quad (2.30a)$$

$$\overline{\rho^*}^\eta \frac{v^{\tau+\Delta\tau} - v^\tau}{\Delta\tau} = - \left\{ \delta_\eta [J_3(p' - \alpha \text{Div}^*)] + \delta_\zeta [J_2 \overline{p'} - \alpha \overline{\text{Div}}^* \zeta \eta] \right\}^\tau + f_v^t, \quad (2.30b)$$

$$\overline{\rho^*}^\zeta \frac{w^{\tau+\Delta\tau} - w^\tau}{\Delta\tau} = \alpha (\delta_\zeta \text{Div}^*)^\tau + \left(\overline{g \rho^*} \frac{\theta'}{\overline{\theta}} \right)^\tau - \left[\beta \delta_\zeta p'^{\tau+\Delta\tau} + (1-\beta) \delta_\zeta p'^\tau \right] - \left\{ \beta \left[\overline{g J_3} \frac{\overline{p'}^\zeta}{c_s^2} \right]^{\tau+\Delta\tau} + (1-\beta) \left[\overline{g J_3} \frac{\overline{p'}^\zeta}{c_s^2} \right]^\tau \right\} + f_w^t, \quad (2.30c)$$

$$J_3 \frac{p'^{\tau+\Delta\tau} - p'^\tau}{\Delta\tau} = - \overline{\rho} c_s^2 \left[\delta_\xi (\overline{J_3}^\xi u) + \delta_\zeta (\overline{J_1} \overline{u}^\xi) + \delta_\eta (\overline{J_3}^\eta v) + \delta_\zeta (\overline{J_2} \overline{v}^\eta) \right]^{\tau+\Delta\tau} - \overline{\rho} c_s^2 [\beta \delta_\zeta w^{\tau+\Delta\tau} + (1-\beta) \delta_\zeta w^\tau] + g \rho^* \left[\beta (\overline{w}^\zeta)^{\tau+\Delta\tau} + (1-\beta) (\overline{w}^\zeta)^\tau \right] + f_p^t, \quad (2.30d)$$

$$\rho^* \frac{\theta'^{\tau+\Delta\tau} - \theta'^\tau}{\Delta\tau} = - \left[\overline{\tilde{\rho}^\zeta} w \delta_\zeta \overline{\theta}^\zeta \right]^\tau + f_\theta^t. \quad (2.30e)$$

Članovi u jednačinama (2.30a)-(2.30e) koji su posledica nehidrostatičnosti su sila gradijenta poremećenja pritiska, amortizacija divergencije, član divergencije u jednačini pritiska, sila potiska izazvana poremećenjem pritiska i vertikalna advekcija pritiska. Članovi odgovorni za unutrašnje gravitacione talase su sila potiska izazvana poremećenjem potencijalne temperature i vertikalna advekcija osnovnog stanja potencijalne temperature. U toku svakog velikog vremenskog koraka (Δt), jednačine za u, v, w, p' i θ' su integrisane unapred od $t - \Delta t$ do $t + \Delta t$ preko n_s malih vremenskih koraka. Mali korak u vremenu $\Delta\tau$ zadovoljava jednačinu $2\Delta t = n_s \Delta\tau$. Superskripti t i τ označavaju vremenske nivoje u kojima se članovi ažuriraju. Članovi sa superskriptima τ ili $\tau + \Delta\tau$ se ažuriraju u svakom malom vremenskom koraku, a oni sa superskriptom t se ažuriraju jedanput u svakom velikom vremenskom koraku i njihova vrednost se ne menja u toku malih vremenskih koraka.

Članovi koji nisu u vezi sa zvučnim i gravitacionim talasima su:

$$f'_u = -ADVU^t + \left(\overline{\rho^* f v^\eta}^\xi - \overline{\rho^* f w^\zeta}^\xi \right)^t + J_3 D_u^{t-\Delta t}, \quad (2.31a)$$

$$f'_v = -ADVV^t - \left(\overline{\rho^* f u^\xi}^\eta \right)^t + J_3 D_v^{t-\Delta t}, \quad (2.31b)$$

$$f'_w = -ADVV^t + \left(\overline{\rho^* B_g}^\zeta \right)^t + \left(\overline{\rho^* \tilde{f} u^\xi}^t \right), \quad (2.31c)$$

$$f_p^t = -ADVP^t, \quad (2.31d)$$

$$f_\theta^t = -ADVT^t + J_3 D\theta^{t-\Delta t} + J_3 S\theta^t, \quad (2.31e)$$

gde $ADV*$ predstavlja advekciju veličine (*), a B_g je deo sile potiska zbog prisustva vodene supstance definisan kao

$$B_g = g \left(\frac{q'_v}{\epsilon + \bar{q}_v} - \frac{q'_v + \sum_{i=1}^5 q_i}{1 + \bar{q}_v} \right). \quad (2.32)$$

Diskretizovan oblik advektivnih članova zavisi od izbora advektivne šeme.

Advekcija, Koriolisova sila i deo sile potiska (B_g) su ažurirani u sadašnjem vremenskom koraku preskočne šeme, a turbulentno mešanje je iz razloga računske stabilnosti ažurirano u prošlom vremenskom koraku.

Jednačine kontinuiteta za kategorije vode su kompletно rešavane na velikom vremenskom koraku. Njihov diskretizovan oblik, dat uopšteno za promenljivu q_ψ je

$$\rho^* \frac{q_\psi^{t+\Delta t} - q_\psi^{t-\Delta t}}{2\Delta t} = -ADVQ^t + J_3 D_{q_\psi}^{t-\Delta t} + J_3 S_{q_\psi}^t. \quad (2.33)$$

Advektivni član ($ADVQ$) može biti drugog

$$ADVQ = \overline{u^* \delta_\xi q_\psi}^\xi + \overline{v^* \delta_\eta q_\psi}^\eta + \overline{W^* \delta_\zeta q_\psi}^\zeta \quad (2.34)$$

ili četvrтog reda tačnosti

$$\begin{aligned} ADVQ &= \frac{4}{3} \left(\overline{u^* \delta_\xi q_\psi}^\xi + \overline{v^* \delta_\eta q_\psi}^\eta + \overline{W^* \delta_\zeta q_\psi}^\zeta \right) \\ &- \frac{1}{3} \left(\overline{\overline{u^*}^\xi \delta_{2\xi} q_\psi}^{2\xi} + \overline{\overline{v^*}^\eta \delta_{2\eta} q_\psi}^{2\eta} + \overline{\overline{W^*}^\zeta \delta_{2\zeta} q_\psi}^{2\zeta} \right). \end{aligned} \quad (2.35)$$

2.4 Parametrizacija mikrofizičkih procesa u modelu

Mikrofizička parametrizacija u ARPS-u uključuje dve kategorije tečne vode (oblačnu i kišnu vodu) i tri kategorije leda (oblačni led, sneg i grad). Zasnovana je na Linovoj mikrofizičkoj šemi (Lin i dr., 1983) i kodirana u skladu sa (Tao i Simpson, 1993).

Raspodela po veličini čestica za kišnu vodu, sneg i grad je eksponencijalnog tipa oblika

$$\begin{aligned} n_r(D) &= n_{or} \exp(-\lambda_r D_r), \\ n_s(D) &= n_{os} \exp(-\lambda_s D_s), \\ n_h(D) &= n_{oh} \exp(-\lambda_h D_h), \end{aligned} \quad (2.36)$$

D je prečnik čestice, $n(D)$ je broj čestica u jedinici zapremine po jediničnom prečniku, n_o je parametar preseka i λ parametar nagiba.

Parametar preseka za kišne kapi ima vrednost $n_{or} = 8 \cdot 10^6 \text{ m}^{-4}$ (Marshall i Palmer, 1948), za sneg $n_{os} = 3 \cdot 10^6 \text{ m}^{-4}$ (Gunn i Marshall, 1958) i za grad $n_{oh} = 4 \cdot 10^4 \text{ m}^{-4}$ (Federer i Waldvogel, 1975). Broj kišnih kapi u jedinici zapremine vazduha N_r može se izračunati kao

$$N_r = \int_0^\infty n_r(D) dD_r = \int_0^\infty n_{or} \exp(-\lambda_r D_r) dD_r = \frac{n_{or}}{\lambda_r}. \quad (2.37)$$

Odnos smeše kišne vode q_r , (masa kišne vode u jediničnoj masi vazduha) je

$$q_r = \frac{1}{\rho} \int_0^\infty n_r(D) m_r(D) dD_r = \frac{1}{\rho} \int_0^\infty n_{or} \rho_w \pi \frac{D_r^3}{6} \exp(-\lambda_r D_r) dD_r = \frac{\pi \rho_w n_{or}}{\rho \lambda_r^4}, \quad (2.38)$$

$m_r(D)$ je masa kišne kapi prečnika D_r i $\rho_w = 10^3 \text{ kg m}^{-3}$ je gustina vode. Iz jednačine (2.37) parametar nagiba raspodele za kišne kapi je

$$\lambda_r = \left(\frac{\pi \rho_w n_{or}}{\rho q_r} \right)^{\frac{1}{4}}. \quad (2.39)$$

Slično se dobijaju parametri nagiba raspodele za sneg i grad

$$\lambda_s = \left(\frac{\pi \rho_s n_{os}}{\rho q_s} \right)^{\frac{1}{4}}, \quad (2.40)$$

$$\lambda_h = \left(\frac{\pi \rho_h n_{oh}}{\rho q_h} \right)^{\frac{1}{4}}, \quad (2.41)$$

$\rho_s = 0.1 \cdot 10^3 \text{ kgm}^{-3}$ je gustina snega, $\rho_h = 0.931 \cdot 10^3 \text{ kgm}^{-3}$ gustina grada, q_s je odnos smeše snega i q_h odnos smeše grada.

Terminalna brzina kišnih kapi prema (Liu i Orville, 1969) je

$$u_{dr} = a D_r^b \left(\frac{\rho_o}{\rho} \right)^{\frac{1}{2}}, \quad (2.42)$$

$\rho_o = 1.225 \text{ kgm}^{-3}$ je gustina vazduha u prizemlju, $a = 842 \text{ m}^{1-b} \text{s}^{-1}$ i $b = 0.8$. Terminalna brzina snega (Locatelli i Hobs, 1974) je

$$u_{ds} = c D_s^d \left(\frac{\rho_o}{\rho} \right)^{\frac{1}{2}}, \quad (2.43)$$

$c = 4.836 \text{ m}^{1-d} \text{s}^{-1}$ i $d = 0.25$. Terminalna brzina grada, u skladu sa (Wisner i dr., 1972), je

$$u_{dh} = \left(\frac{4g\rho_h}{3C_D\rho} \right)^{\frac{1}{2}} D_h^{\frac{1}{2}}, \quad (2.44)$$

$C_D = 0.6$ je koeficijent otpora vazduha za zrno grada.

U modelu se koriste po masi osrednjene vrednosti terminalnih brzina, definisane kao

$$\begin{aligned} u_r &= \frac{\frac{1}{\rho} \int_0^\infty u_{dr} n_r(D) m_r(D) dD_r}{q_r} = \frac{a \Gamma(4+b)}{6 \lambda_r^b} \left(\frac{\rho_o}{\rho} \right)^{\frac{1}{2}}, \\ u_s &= \frac{\frac{1}{\rho} \int_0^\infty u_{ds} n_s(D) m_s(D) dD_s}{q_s} = \frac{c \Gamma(4+d)}{6 \lambda_s^d} \left(\frac{\rho_o}{\rho} \right)^{\frac{1}{2}}, \\ u_h &= \frac{\frac{1}{\rho} \int_0^\infty u_{dh} n_h(D) m_h(D) dD_h}{q_h} = \frac{\Gamma(4,5)}{6 \lambda_h^{0,5}} \left(\frac{4g\rho_h}{3C_D\rho} \right)^{\frac{1}{2}}. \end{aligned} \quad (2.45)$$

Oblačna voda i oblačni led imaju monodisperznu raspodelu.

Jednačine kontinuiteta za oblačnu vodu, oblačni led, kišnu vodu, sneg i grad opisane su

jednačinom (2.26). Članovi S_{q_ψ} u jednačinama kontinuiteta su

$$\begin{aligned}
 S_{q_c} &= \bar{\rho}(c - e_c) - \bar{\rho}T_{q_c}, \\
 S_{q_r} &= \bar{\rho}(-e_r + m - f_h) - \bar{\rho}T_{q_r}, \\
 S_{q_i} &= \bar{\rho}(d_i - s_i) - \bar{\rho}T_{q_i}, \\
 S_{q_s} &= \bar{\rho}(d_s + s_s - m_s) - \bar{\rho}T_{q_s}, \\
 S_{q_h} &= \bar{\rho}(d_h - s_h - m_h + f_h) - \bar{\rho}T_{q_h}.
 \end{aligned} \tag{2.46}$$

Simbol c predstavlja brzinu promene odnosa smeše oblačne vode zbog kondenzacije vodene pare, e_c je brzina promene odnosa smeše oblačne vode zbog isparavanja, e_r je brzina isparavanja kišne vode, $m = m_s + m_h$ je brzina promene odnosa smeše kišne vode zbog topljenja snega i grada, f_h brzina smrzavanja kišne vode u gradu, d_i , d_s i d_h su brzine depozicije vodene pare na oblačnom ledu, snegu i gradu, s_i , s_s i s_h brzine sublimacije oblačnog leda, snega i grada. Članovi T_{q_c} , T_{q_r} , T_{q_i} , T_{q_s} i T_{q_h} su brzine mikrofizičkih transfera izmedju različitih kategorija vode i njihov zbir je jednak nuli. Definisani su kao

$$\begin{aligned}
 T_{q_c} &= -(P_{sacw} + P_{raut} + P_{racw} + P_{sfw} + D_{hacw} + Q_{sacw} + Q_{hacw}) \\
 &\quad - P_{ihom} + P_{imlt} - P_{idw},
 \end{aligned} \tag{2.47}$$

$$\begin{aligned}
 T_{q_i} &= -(P_{saut} + P_{saci} + P_{raci} + P_{sfi} + D_{haci} + W_{haci}) \\
 &\quad + P_{ihom} - P_{imlt} + P_{int} + P_{idw},
 \end{aligned} \tag{2.48}$$

$$\begin{aligned}
 T_{q_r} &= Q_{sacw} + P_{raut} + P_{racw} + Q_{hacw} \\
 &\quad - (P_{iacr} + D_{hacr} + W_{hacr} + P_{sacr}),
 \end{aligned} \tag{2.49}$$

$$\begin{aligned}
 T_{q_s} &= P_{saut} + P_{saci} + P_{sacw} + P_{sfw} + P_{sfi} + \delta_3 P_{raci} + \delta_3 P_{iacr} + \delta_2 P_{sacr} \\
 &\quad - [P_{hacs} + D_{hacs} + W_{hacs} + P_{haut} + (1 - \delta_2) P_{racs}],
 \end{aligned} \tag{2.50}$$

$$\begin{aligned}
 T_{q_h} &= (1 - \delta_3) P_{raci} + D_{haci} + W_{haci} + D_{hacw} + (1 - \delta_3) P_{iacr} + P_{hacs} \\
 &\quad + D_{hacs} + W_{hacs} + P_{haut} + (1 - \delta_2) P_{racs} + D_{hacr} + W_{hacr} \\
 &\quad + (1 - \delta_2) P_{sacr},
 \end{aligned} \tag{2.51}$$

gde je

$$W_{hacr} = P_{hwet} - D_{hacw} - W_{haci} - W_{hacs}. \quad (2.52)$$

Kada je temperatura vazduha veća od temperature trojne tačke ($T > 273.16 \text{ } ^\circ K$), onda je

$$\begin{aligned} 0 &= P_{saut} = P_{saci} = P_{sacw} = P_{raci} = P_{iacr} = P_{sfi} = P_{sfw} = D_{hacs} \\ &= W_{hacs} = D_{hacw} = D_{hacr} = P_{hwet} = P_{racs} = P_{sacr} = P_{hfr} \\ &= P_{haut} = P_{idw} = P_{ihom} = W_{haci} = W_{hacr}. \end{aligned} \quad (2.53)$$

U slučaju ($T < 273.16 \text{ } ^\circ K$)

$$Q_{sacw} = Q_{hacw} = P_{hacs} = P_{imlt} = 0. \quad (2.54)$$

U jednačinama (2.50) i (2.51) $\delta_2 = 1$ ako je $T < 273.16 \text{ } ^\circ K$ i $q_r < 1 \cdot 10^{-4} \text{ kgkg}^{-1}$ i $q_s < 1 \cdot 10^{-4} \text{ kgkg}^{-1}$, u suprotnom $\delta_2 = 0$. Ako je $T < 273.16 \text{ } ^\circ K$ i $q_r < 1 \cdot 10^{-4} \text{ kgkg}^{-1}$ $\delta_3 = 1$, u suprotnom $\delta_3 = 0$.

Šematski dijagram mikrofizičkih procesa prikazan je na slici (2.2), a značenje produkcionih članova u tabeli (2.1).

Tabela 2.1: Značenje simbola u mikrofizičkoj parametrizaciji

Simbol	Značenje
P_{depi}	Depozicioni rast oblačnog leda.
P_{int}	Inicijalizacija oblačnog leda.
P_{ints}	Inicijalizacija oblačnog leda na aktivnim česticama reagensa.
P_{imlt}	Topljenje oblačnog leda u oblačnu vodu.
P_{idw}	Depozicioni rast oblačnog leda na račun oblačne vode.
P_{ihom}	Homogeno smrzavanje oblačne vode do oblačnog leda.
P_{iacr}	Akreacija kišne vode oblačnim ledom; produkuje sneg ili grad u zavisnosti od količine kišne vode.
P_{bc}	Braunovsko sudaranje oblačne vode sa aktivnim česticama reagensa.
P_{ic}	Inerciono sudaranje oblačne vode sa aktivnim česticama reagensa.

Tabela 2.1: nastavak

P_{cswd}	Dodatni Beržeronov proces - rast oblačnog leda na čestici reagensa na račun oblačne vode.
P_{ph}	Sudaranje oblačnih kapljica sa aktivnim česticama reagensa zbog foretičkih procesa.
P_{raci}	Akreacija oblačnog leda kišnom vodom; produkuje sneg ili grad u zavisnosti od količine kišne vode.
P_{raut}	Autokonverzija oblačne vode u kišnu vodu.
P_{racw}	Akreacija oblačne vode kišnom vodom.
$P_{revp(e_r)}$	Isparavanje kišne vode.
P_{racs}	Akreacija snega kišnom vodom; produkuje grad ako kišna voda ili sneg prelaze graničnu vrednost i $T < 273.16$ ili kišnu vodu ako je $T > 273.16$.
P_{br}	Braunovsko sudaranje kišne vode sa aktivnim česticama reagensa.
P_{ir}	Inerciono sudaranje kišne vode sa aktivnim česticama reagensa.
$P(Q)_{sacw}$	Akreacija oblačne vode snegom; produkuje sneg (P_{sacw}) ako je $T < 273.16$ ili kišnu vodu (Q_{sacw}) ako je $T > 273.16$.
P_{sacr}	Akreacija kišne vode snegom; produkuje grad ako kišna voda ili sneg prelaze graničnu vrednost; ako ne, produkuje sneg.
P_{saci}	Akreacija oblačnog leda snegom.
P_{saut}	Autokonverzija (agregacija) oblačnog leda u sneg.
P_{sfw}	Beržeronov proces (depozicija i injenje) - transfer oblačne vode u sneg.
P_{sfi}	Beržeronov proces - transfer oblačnog leda u sneg.
$P_{sdep(d_s)}$	Depozicioni rast snega.
$P_{ssub(s_s)}$	Sublimacija snega.
$P_{smlt(m_s)}$	Topljenje snega, $T > 273.16$ - transfer snega u kišnu vodu.
P_{racs}	Akreacija snega oblačnom vodom; produkuje kišnu vodu ako je $T > 273.16$
P_{haut}	Autokonverzija (agregacija) snega u grad.
$P_{hfr(f_h)}$	Smrzavanje kišnih kapi.
$D(Q)_{hacw}$	Akreacija oblačne vode gradom.

Tabela 2.1: nastavak

$D(W)_{haci}$	Akreacija oblačnog leda gradom.
$D(W)_{hacr}$	Akreacija kišne vode gradom.
$D(W)_{hacs}$	Akreacija snega gradom.
P_{hacs}	Akreacija snega gradom za $T > 273.16$.
$P_{hsub(s_h)}$	Sublimacija grada.
$P_{hmlt(m_h)}$	Topljenje grada, $T > 273.16$ - transfer grada u kišnu vodu. U ovom režimu rasta Q_{hacw} je produkcionи član za kišnu vodu.
P_{hwet}	Mokri rast grada; može uključiti W_{hacs} i W_{haci} i mora uključiti D_{hacw} ili W_{hacr} , ili oba. Deo člana W_{hacw} koji ne može da se zamrzne se otresa u kišnu vodu.

2.4.1 Dijagnoza produkcije snega

P_{saut} - autokonverzija oblačnog leda u sneg

Autokonverzija oblačnog leda je proces sudaranja i spajanja oblačnog leda pri čemu se formira sneg. Parametrizacija ovog mehanizma je slična parametrizaciji autokonverzije oblačne u kišnu vodu (Kessler, 1969):

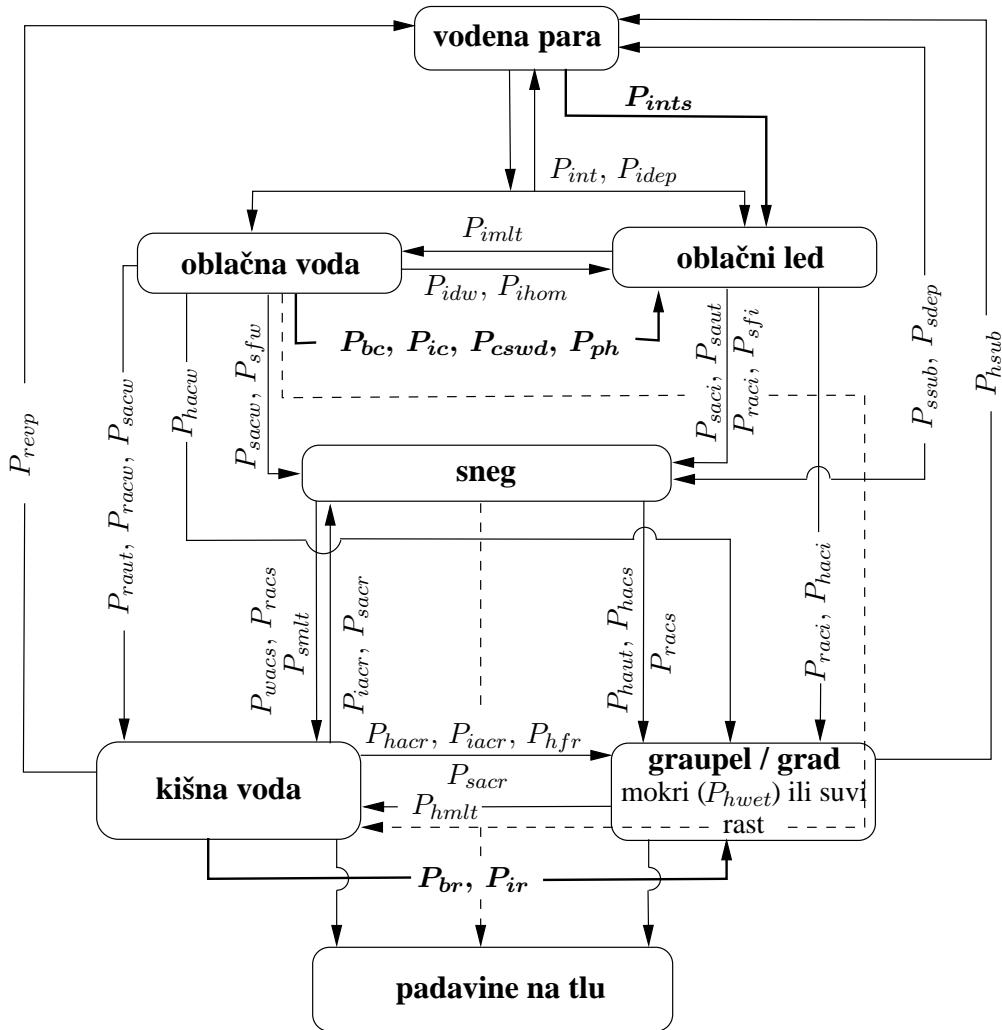
$$P_{saut} = 10^{-3} \exp [0.025(T - T_o)] (q_{ci} - q_{cio}). \quad (2.55)$$

Prag agregacije u modelu je $q_{cio} = 6 \cdot 10^{-4} \text{ kgkg}^{-1}$.

P_{saci} - prirastanje oblačnog leda na sneg

Prirastanje oblačnog leda na sneg postoji ako je $T < 273.16$ K. Računa se kao

$$P_{saci} = \frac{1}{\rho} \int_0^\infty \frac{D_s^2 \pi u_{ds} \rho q_{ci} E_{si}}{4} n_{os} \exp(-\lambda_s D_s) dD_s = \frac{\pi E_{si} n_{os} c q_{ci} \Gamma(3+d)}{4 \lambda_s^{3+d}} \left(\frac{\rho_o}{\rho} \right)^{\frac{1}{2}}. \quad (2.56)$$



Slika 2.2: Mikrofizički procesi u oblaku simulirani u modelu. Značenje produkcionih članova dato je u tabeli (2.1).

Koeficijent prikupljanja snega za oblačni led je funkcija temperature

$$E_{si} = \exp[0.025(T - T_o)]. \quad (2.57)$$

$P_{sacw}(Q_{sacw})$ - prirastanje oblačne vode na sneg

Prirastanje oblačne vode na sneg je produkcioni član za sneg (P_{sacw}) ako je $T < 273.16 \text{ } ^\circ K$ ili produkcioni član za kišnu vodu (Q_{sacw}) ako je $T \geq 273.16 \text{ } ^\circ K$ i član ponora za oblačnu vodu. Primenjujući koncept kontinualnog rasta izraz za ovaj član je

$$P_{sacw} = \frac{1}{\rho} \int_0^\infty \frac{D_s^2 \pi u_{ds} \rho q_{cw} E_{sw}}{4} n_{os} \exp(-\lambda_s D_s) dD_s = \frac{\pi E_{sw} n_{os} c q_{cw} \Gamma(3+d)}{4 \lambda_s^{3+d}} \left(\frac{\rho_o}{\rho} \right)^{\frac{1}{2}}, \quad (2.58)$$

$E_{sw} = 1$ je efikasnost prikupljanja snega za oblačnu vodu.

P_{sfw}, P_{sfi} - Beržeronov proces

Kada se kristal oblačnog leda nadje u sredini koja je zasićena u odnosu na led, a nezasićena u odnosu na vodu, on može rasti depozicijom vodene pare na račun oblačne vode. Procena mase oblačnog leda koja se transformiše u sneg se zasniva na vremenu potrebnom da kristal leda poluprečnika $40 \mu\text{m}$ naraste do kristala poluprečnika $50 \mu\text{m}$. Brzina depozicionog rasta jednog kristala leda mase m (u gramima) je (Koenig, 1971)

$$\frac{dm}{dt} = a_1 m^{a_2}, \quad (2.59)$$

a_1 i a_2 su temperaturno zavisni parametri oblika

$$a = \sum_{n=0}^5 b_n (T'')^n, \quad (2.60)$$

parametri b_n su takođe funkcije temperature, T'' je

$$T'' = b_6 - T_c, \quad (2.61)$$

i T_c je temperatura u $^{\circ}\text{C}$. Vreme potrebno da se poluprečnik kristala leda poveća od $40 \mu\text{m}$ do $50 \mu\text{m}$ računa se kao

$$\Delta t_1 = \int_0^{\Delta t_1} dt = \int_{m_{i_{40}}}^{m_{i_{50}}} \frac{dm}{a_1 m^{a_2}} = \frac{1}{a_1(1-a_2)} \left[m_{i_{50}}^{(1-a_2)} - m_{i_{40}}^{(1-a_2)} \right], \quad (2.62)$$

$m_{i_{50}} = 4.8 \cdot 10^{-10} \text{ kg}$ je masa kristala leda poluprečnika $50 \mu\text{m}$ i $m_{i_{40}} = 2.46 \cdot 10^{-10} \text{ kg}$ masa kristala leda poluprečnika $40 \mu\text{m}$. Deo odnosa smeše leda, koji je transformisan u sneg je

$$q_{ci_{50}} = q_{ci} \frac{\Delta t}{\Delta t_1}, \quad (2.63)$$

gde je Δt vremenski korak korišćen za integraciju mikrofizičkih procesa u modelu. Brzina transformacije oblačnog leda u sneg je

$$P_{sfi} = \frac{q_{ci_{50}}}{\Delta t} = \frac{q_{ci}}{\Delta t_1}. \quad (2.64)$$

P_{sfi} je produkcioni član za sneg, a član ponora za oblačni led. Broj kristala leda, u jedinici mase vazduha, koji imaju poluprečnik $50 \mu\text{m}$ je

$$N_{i_{50}} = \frac{q_{ci_{50}}}{m_{i_{50}}}, \quad (2.65)$$

Kristal leda poluprečnika $50 \mu\text{m}$ može dalje da raste depozicijom vodene pare (na račun oblačne vode) i istovremeno da sakuplja oblačnu vodu prirastanjem. Brzina transfera oblačne vode u sneg ovim mehanizmom je

$$P_{sfw} = N_{i_{50}} (a_1 m_{i_{50}}^{a_2} + \pi E_{iw} \rho q_{cw} R_{i_{50}}^2 u_{i_{50}}). \quad (2.66)$$

P_{sfw} je produkcioni član za sneg, a član ponora za oblačnu vodu, $E_{iw} = 1$ je efikasnost prikupljanja oblačnog leda za oblačnu vodu i $u_{i_{50}} = 1 \text{ ms}^{-1}$ je prepostavljena terminalna brzina kristala leda.

P_{raci} - prirastanje oblačnog leda na kišnu vodu

$$P_{raci} = \frac{1}{\rho} \int_0^\infty \frac{D_r^2 \pi u_{dr} \rho q_{ci} E_{ri}}{4} n_{or} \exp(-\lambda_r D_r) dD_r = \frac{\pi E_{ri} n_{or} a q_{ci} \Gamma(3+b)}{4 \lambda_r^{3+b}} \left(\frac{\rho_o}{\rho}\right)^{\frac{1}{2}}. \quad (2.67)$$

$E_{ri} = 1$ je efikasnost prikupljanja kišne vode za oblačni led. P_{raci} je član ponora za oblačni led, produkcioni član za sneg ako je $q_r < 10^{-4} \text{ kgkg}^{-1}$ i u suprotnom je produkcioni član za grad.

 P_{iacr} - prirastanje kišne vode na oblačni led

Prirastanje kišne vode na oblačni led je član ponora za kišnu vodu i produkcioni član za sneg ako je $q_r < 10^{-4} \text{ kgkg}^{-1}$ ili grad ako je $q_r \geq 10^{-4} \text{ kgkg}^{-1}$

$$\begin{aligned} P_{iacr} &= \frac{1}{\rho} \int_0^\infty \frac{q_{ci} \rho}{m_{ci}} E_{ri} \frac{D_r \pi}{4} u_{dr} \frac{D_r^3 \pi}{6} \rho_w n_{or} \exp(-\lambda_r D_r) dD_r \\ &= \frac{\pi^2 E_{ri} n_{or} a q_{ci} \rho_w \Gamma(6+b)}{24 m_{ci} \lambda_r^{6+b}} \left(\frac{\rho_o}{\rho}\right)^{\frac{1}{2}}. \end{aligned} \quad (2.68)$$

 $P_{sacr}(Q_{sacr})$ - prirastanje kišne vode na sneg

P_{sacr} je produkcioni član za sneg ako su q_r i q_s manji od $10^{-4} \text{ kgkg}^{-1}$, u suprotnom je produkcioni član za grad. U oba slučaja je član ponora za kišnu vodu.

$$\begin{aligned} P_{sacr} &= \frac{1}{\rho} \int_0^\infty \int_0^\infty \frac{\pi (D_s + D_r)^2}{4} |u_{ds} - u_{dr}| E_{sr} \frac{\pi D_r^3}{6} \rho_w n_s(D) n_r(D) dD_r dD_s \\ &= \pi^2 E_{sr} n_{os} n_{or} |u_{ds} - u_{dr}| \frac{\rho_w}{\rho} \left(\frac{5}{\lambda_r^6 \lambda_s} + \frac{2}{\lambda_r^5 \lambda_s^2} + \frac{0.5}{\lambda_r^4 \lambda_s^3} \right). \end{aligned} \quad (2.69)$$

$E_{sr} = 1$ je koeficijent prikupljanja snega za kišnu vodu. Q_{sacr} je prirastanje kišne vode na sneg kada je $T \geq T_o$ i pojavljuje se u izrazu za topljenje snega.

 P_{racs} - prirastanje snega na kišnu vodu

Prirastanje snega na kišnu vodu se u modelu računa samo ako je bilo koji odnos smeše, snega ili kišne vode, veći od $10^{-4} \text{ kgkg}^{-1}$. Tada je, pri $T < T_o$, P_{racs} produkcioni član za grad

i član ponora za sneg.

$$\begin{aligned} P_{racs} &= \frac{1}{\rho} \int_0^\infty \int_0^\infty \frac{\pi(D_r + D_s)^2}{4} |u_{dr} - u_{ds}| E_{sr} \frac{\pi D_s^3}{6} \rho_s n_s(D) n_r(D) dD_r dD_s \\ &= \pi^2 E_{sr} n_{os} n_{or} |u_{dr} - u_{ds}| \frac{\rho_s}{\rho} \left(\frac{5}{\lambda_s^6 \lambda_r} + \frac{2}{\lambda_s^5 \lambda_r^2} + \frac{0.5}{\lambda_s^4 \lambda_r^3} \right). \end{aligned} \quad (2.70)$$

P_{hacs} (D_{hacs} , W_{hacs}) - prirastanje snega na grad

Prirastanje snega na grad je produktoni član za grad i član ponora za sneg, bez obzira da li je temperatura veća ili manja od T_o . Računa se kao

$$P_{hacs} = \begin{cases} PH, & T \geq T_o \\ 0, & T < T_o \end{cases}, \quad (2.71)$$

$$D_{hacs} = \begin{cases} 0, & T \geq T_o \\ PH, & \text{režim suvog rasta} \\ 0, & \text{režim mokrog rasta} \end{cases}, \quad (2.72)$$

$$W_{hacs} = \begin{cases} 0, & T \geq T_o \\ 0, & \text{režim suvog rasta} \\ PH, & \text{režim mokrog rasta} \end{cases}. \quad (2.73)$$

PH je dato izrazom

$$\begin{aligned} PH &= \frac{1}{\rho} \int_0^\infty \int_0^\infty \frac{\pi(D_h + D_s)^2}{4} |u_{dh} - u_{ds}| E_{hs} \frac{\pi D_s^3}{6} \rho_s n_s(D) n_h(D) dD_h dD_s \\ &= \pi^2 E_{hs} n_{os} n_{oh} |u_{dh} - u_{ds}| \frac{\rho_s}{\rho} \left(\frac{5}{\lambda_s^6 \lambda_h} + \frac{2}{\lambda_s^5 \lambda_h^2} + \frac{0.5}{\lambda_s^4 \lambda_h^3} \right), \end{aligned} \quad (2.74)$$

E_{hs} je koeficijent prikupljanja grada za sneg i parametrisan je kao

$$E_{hs} = \begin{cases} \exp[0.09(T - T_o)], & \text{režim suvog rasta} \\ 1, & \text{režim mokrog rasta} \\ 1, & T \geq T_o \end{cases}. \quad (2.75)$$

P_{smlt} - topljenje snega

Topljenje snega je produkcioni član za kišnu vodu i član ponora za sneg. Parametrisano je na način sličan parametrizaciji topljenja grada. Može da se napiše u obliku

$$\begin{aligned} P_{smlt} = & \frac{2\pi n_{os}}{\rho L_f} \{ K_a(T - T_o) - L_v D_v \rho [q_{vs}(T_o) - q_v] \} \\ & \cdot \left[0.78 \lambda_s^{-2} + 0.308 N_{Sc}^{\frac{1}{3}} \Gamma\left(\frac{d+5}{2}\right) c^{\frac{1}{2}} \left(\frac{\rho_o}{\rho}\right)^{\frac{1}{4}} \nu^{-\frac{1}{2}} \lambda_s^{-\frac{d+5}{2}} \right] \\ & + \frac{c_w(T - T_o)}{L_f} (Q_{sacw} + Q_{sacr}). \end{aligned} \quad (2.76)$$

 P_{sdep} (P_{ssub}) - depozicija (sublimacija) snega

Kada se pahulja snega nadje u sredini koja je prezasićena u odnosu na led ($q_v > q_{si}$), na temperaturi vazduha manjoj od 0°C , ona će da raste deponovanjem molekula vode iz vodene pare. Takodje, kristal snega će da sublimira ako se nalazi u vazduhu koji je nezasićen u odnosu na led ($q_v < q_{si}$), na $T < 0^\circ\text{C}$.

Brzina depozicionog rasta snega se zasniva na brzini difuzionog rasta kristala leda (Pruppacher i Klett, 1997)

$$\frac{dm_s}{dt} \approx \frac{4\pi C(S_i - 1)}{\frac{L_s}{K_a T} \left(\frac{L_s}{R_v T} - 1 + \right) \frac{T R_v}{e_{si} D_v}} f_v, \quad (2.77)$$

C je elektrostaticka kapacitivnost provodnika koji ima oblik kao kristal leda ($C = \frac{D}{2}$ za sferni kristal prečnika D), $S_i - 1$ je prezasićenje u odnosu na led, D_v difuzivnost vodene pare u vazduhu, K_a toplotna provodljivost vazduha, $L_s = 2.8336 \cdot 10^6 \text{ J kg}^{-1}$ latentna toplota sublimacije i f_v ventilacioni faktor. Deljenjem jednačine (2.77) sa ρ i integraljenjem po svim veličinama kristala snega dobijamo izraz za brzinu promene mase snega u jediničnoj masi vazduha zbog depozicije (sublimacije)

$$\left. \begin{aligned} P_{sdep} \\ P_{ssub} \end{aligned} \right\} = \frac{2\pi(S_i - 1)}{\rho(A'' + B'')} n_{os} \cdot \left[0.78 \lambda_s^{-2} + 0.308 N_{Sc}^{\frac{1}{3}} \Gamma\left(\frac{d+5}{2}\right) c^{\frac{1}{2}} \left(\frac{\rho_o}{\rho}\right)^{\frac{1}{4}} \nu^{-\frac{1}{2}} \lambda_s^{-\frac{d+5}{2}} \right]. \quad (2.78)$$

U jednačini (2.78) veličine A'' i B'' su

$$\begin{aligned} A'' &= \frac{L_s}{K_a T} \left(\frac{L_s}{R_v T} - 1 + \right) \approx \frac{L_s^2}{K_a R_v T^2}, \\ B'' &= \frac{T R_v}{e_{si} D_v} = \frac{1}{\rho q_{si} D_v}. \end{aligned} \quad (2.79)$$

2.4.2 Dijagnoza produkije grada

P_{hwet} - mokri rast grada

Prilikom rasta zrna grada prikupljanjem oblačne i kišne vode oslobadja se latentna toplota mržnjenja. Na taj način se zagreva površina zrna grada. Kada temperatura zrna grada dostigne $0^\circ C$ na njemu se formira film tečne vode. Tada je zrno grada u režimu mokrog rasta. Brzina rasta zrna grada zavisi od brzine kojom se toplota odvodi sa njegove površine. Višak tečne vode se uklanja sa zrna grada u obliku kišne vode. Toplota se odvodi provodjenjem topote sa toplije površine zrna grada (T_o) u hladniji okolni vazduh ($T < T_o$) i difuzijom latentne toplote zbog isparavanja sa površine zrna grada. Količina odvedene topote u jedinici vremena je

$$\frac{\delta Q}{dt} = \{2\pi D_h K_a (T_o - T) + 2\pi D_h L_v D_v \rho [q_{vs}(T_o) - q_v]\} f_v, \quad (2.80)$$

K_a je toplotna provodljivost vazduha, D_v difuzivnost vodene pare u vazduhu, q_{vs} je specifična vlažnost zasićene vodene pare i f_v je ventilacioni faktor. Ventilacionim faktorom je uzeta u obzir promena fluksa vodene pare zbog padanja zrna grada i za kristal leda sfernog oblika se može napisati, u skladu sa (Pruppacher i Klett, 1997), kao

$$f_v = 0.78 + 0.308 N_{Sc}^{\frac{1}{3}} N_{Re}^{\frac{1}{2}}, \quad (2.81)$$

$N_{Sc} = \frac{\nu}{D_v}$ je Šmitov broj, $N_{Re} = \frac{U_{dh} D_h}{\nu}$ Rejnoldsov broj i $\nu = \frac{\mu}{\rho}$ kinematička viskoznost. Količina topote koja se oslobodi na zrnu grada smrzavanjem tečne vode u jedinici vremena je

$$\frac{\delta Q}{dt} = \frac{dm_{hw}}{dt} [L_f + c_w(T - T_o)]. \quad (2.82)$$

dm_{hw} je porast mase jednog zrna grada zbog prikupljanja tečne vode (oblačna voda i kišna voda), $L_f = 3.336 \cdot 10^5 \text{ J kg}^{-1}$ latentna toplota topljenja i $c_w = 4.187 \cdot 10^3 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$ je

specifična toplota tečne vode. Zrno grada može da se sudara i sa oblačnim ledom i snegom, čija je temperatura manja od temperature površine zrna grada. Deo oslobođene toplote na zrnu grada se prenosi na prirasti oblačni led i sneg i tako omogućava dodatno smrzavanje prikupljene oblačne i kišne vode. Ako se uzme u obzir ovaj efekat, količina toplote koja se oslobodi na zrnu grada je

$$\frac{\delta Q}{dt} = \frac{dm_{h_w}}{dt} [L_f + c_w(T - T_o)] + \left(\frac{dm_{h_i}}{dt} + \frac{dm_{h_s}}{dt} \right) c_i(T - T_o), \quad (2.83)$$

$\frac{dm_{h_i}}{dt}$ je porast mase zrna grada u jedinici vremena zbog prikupljanja oblačnog leda u režimu mokrog rasta i može se napisati kao

$$\frac{dm_{h_i}}{dt} = \left(\frac{D_h}{2} \right)^2 \pi u_{dh} \rho q_{ci}, \quad (2.84)$$

$\frac{dm_{h_s}}{dt}$ je porast mase zrna grada u jedinici vremena zbog prikupljanja snega u režimu mokrog rasta

$$\frac{dm_{h_s}}{dt} = \int_0^\infty \left(\frac{D_h + D_s}{2} \right)^2 \pi (u_{dh} - u_{ds}) n_s(D) \frac{4}{3} \left(\frac{D_s}{2} \right)^3 \rho_s \pi dD_s, \quad (2.85)$$

$c_i = 2.093 \cdot 10^3 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$ je specifična toplota leda. Iz jednačina (2.80) i (2.83) dobijamo izraz za porast mase jednog zrna grada zbog prikupljanja tečne vode u režimu mokrog rasta

$$\begin{aligned} \frac{dm_{h_w}}{dt} &= \frac{2\pi D_h K_a (T_o - T) + 2\pi D_h L_v D_v \rho [q_{vs}(T_o) - q_v]}{L_f + c_w(T - T_o)} f_v \\ &\quad - \left[\frac{dm_{h_i}}{dt} + \frac{dm_{h_s}}{dt} \right] \frac{c_i(T - T_o)}{L_f + c_w(T - T_o)}. \end{aligned} \quad (2.86)$$

Ukupan porast mase jednog zrna grada u režimu mokrog rasta je

$$\begin{aligned} \frac{dm_{h_w}}{dt} + \frac{dm_{h_i}}{dt} + \frac{dm_{h_s}}{dt} &= \frac{2\pi D_h K_a (T_o - T) + 2\pi D_h L_v D_v \rho [q_{vs}(T_o) - q_v]}{L_f + c_w(T - T_o)} f_v \\ &\quad + \left[\frac{dm_{h_i}}{dt} + \frac{dm_{h_s}}{dt} \right] \frac{1 - c_i(T - T_o)}{L_f + c_w(T - T_o)}. \end{aligned} \quad (2.87)$$

Produkcionи član za grad u režimu mokrog rasta (P_{hwet}) dobijamo množenjem jednačine (2.87) sa $\frac{1}{\rho}$ i integraljenjem po svim veličinama zrna grada

$$\begin{aligned} P_{hwet} &= \frac{1}{\rho} \int_0^\infty \left(\frac{dm_{h_w}}{dt} + \frac{dm_{h_i}}{dt} + \frac{dm_{h_s}}{dt} \right) n_h(D) dD_h \\ &= \frac{1}{\rho} \int_0^\infty \left\{ \frac{2\pi D_h K_a (T_o - T) + 2\pi D_h L_v D_v \rho [q_{vs}(T_o) - q_v]}{L_f + c_w(T - T_o)} \right. \\ &\quad \cdot \left[0.78 + 0.308 N_{Sc}^{\frac{1}{3}} \left(\frac{4g\rho_h}{3C_D \rho} \right)^{\frac{1}{4}} \nu^{-\frac{1}{2}} D_h^{\frac{3}{4}} \right] \\ &\quad \left. + \left(\frac{dm_{h_i}}{dt} + \frac{dm_{h_s}}{dt} \right) \frac{1 - c_i(T - T_o)}{L_f + c_w(T - T_o)} \right\} n_h(D) dD_h, \end{aligned} \quad (2.88)$$

ili u konačnom obliku

$$\begin{aligned} P_{hwet} &= \frac{2\pi n_{oh} \{ K_a (T_o - T) + L_v D_v \rho [q_{vs}(T_o) - q_v] \}}{\rho [L_f + c_w(T - T_o)]} \\ &\quad \cdot \left[0.78 \lambda_h^{-2} + 0.308 N_{Sc}^{\frac{1}{3}} \Gamma(2.75) \left(\frac{4g\rho_h}{3C_D \rho} \right)^{\frac{1}{4}} \nu^{-\frac{1}{2}} \lambda_h^{-2.75} \right] \\ &\quad + (W_{haci} + W_{hacs}) \left[\frac{1 - c_i(T - T_o)}{L_f + c_w(T - T_o)} \right]. \end{aligned} \quad (2.89)$$

P_{haut} - autokonverzija snega u grad

Kristali snega se mogu medjusobno sudsarati i spajati i tako formirati grad. Brzina agregacije snega je

$$P_{haut} = 10^{-3} \exp[0.09(T - T_o)] (q_s - q_{so}), \quad (2.90)$$

Pretpostavljeno je da autokonverzija snega u grad počinje kada odnos smeše snega predje graničnu vrednost $q_{so} = 6 \cdot 10^{-4} \text{ kgkg}^{-1}$.

D_{haci}, W_{haci} - prirastanje oblačnog leda na grad

Ovaj član je u režimu suvog rasta grada u modelu obeležen sa D_{haci} , a u režimu mokrog rasta sa W_{haci} . Prirastanje oblačnog leda na grad je produkcionи član za grad i član ponora za

oblačni led.

$$\begin{aligned} \frac{D_{haci}}{W_{haci}} &= \frac{1}{\rho} \int_0^\infty \frac{D_h^2 \pi u_{dh} \rho q_{ci} E_{hi}}{4} n_{oh} \exp(-\lambda_h D_h) dD_h \\ &= \frac{\pi E_{hi} n_{oh} q_{ci} \Gamma(3.5)}{4 \lambda_h^{3.6}} \left(\frac{4g\rho_h}{3C_D \rho} \right)^{\frac{1}{2}}. \end{aligned} \quad (2.91)$$

U režimu suvog rasta efikasnost prikupljanja grada za oblačni led je $E_{hi} = 0.1$, a u režimu mokrog rasta $E_{hi} = 1$.

D_{hacw} - prirastanje oblačne vode na grad

Prirastanje oblačne vode na grad je produkcioni član za grad (D_{hacw}) ako je $T < 273.16$ K ili produkcioni član za kišnu vodu (Q_{hacw}) ako je $T \geq 273.16$ K i član ponora za oblačnu vodu. Dat je izrazom

$$D_{hacw} = \frac{1}{\rho} \int_0^\infty \frac{D_h^2 \pi u_{dh} \rho q_{cw} E_{hw}}{4} n_{oh} \exp(-\lambda_h D_h) dD_h = \frac{\pi E_{hw} n_{oh} q_{cw} \Gamma(3.5)}{4 \lambda_h^{3.5}} \left(\frac{4g\rho_h}{3C_D \rho} \right)^{\frac{1}{2}}. \quad (2.92)$$

Efikasnost prikupljanja grada za oblačnu vodu $E_{hw} = 1$.

D_{hacr}, W_{hacr} - prirastanje kišne vode na grad

U režimu suvog rasta prirastanje kišne vode na grad (D_{hacr}) je produkcioni član za grad i član ponora za kišnu vodu.

$$\begin{aligned} D_{hacr} &= \frac{1}{\rho} \int_0^\infty \int_0^\infty \frac{\pi (D_h + D_r)^2}{4} |u_{dh} - u_{dr}| E_{hr} \frac{\pi D_r^3}{6} \rho_w n_h(D) n_r(D) dD_r dD_h \\ &= \pi^2 E_{hr} n_{oh} n_{or} |u_{dh} - u_{dr}| \frac{\rho_w}{\rho} \left(\frac{5}{\lambda_r^6 \lambda_h} + \frac{2}{\lambda_r^5 \lambda_h^2} + \frac{0.5}{\lambda_r^4 \lambda_h^3} \right). \end{aligned} \quad (2.93)$$

$E_{hr} = 1$ je efikasnost prikupljanja grada za kišnu vodu.

Član prirastanja kišne vode na grad u režimu mokrog rasta (W_{hacr}) dat je jednačinom (2.52). Ako je $W_{hacr} > 0$ onda je to produkcioni član za grad i član ponora za kišnu vodu. U slučaju $W_{hacr} < 0$ kišna voda raste na račun gradom prikupljene oblačne vode.

Kada je temperatura vazduha veća od 0°C kišna voda koja prirasta na grad može samo da

menja brzinu njegovog topljenja.

P_{hdry} - režim suvog rasta grada

U ovom režimu rasta sva prikupljena tečna voda se zamrzne na zrnu grada. Odnosno, balans flukseva toplote je takav da temperatura površine zrna grada ostaje manja od T_o . Akreacioni članovi u režimu suvog rasta zajedno se pišu kao

$$P_{hdry} = D_{hacw} + D_{haci} + D_{hacr} + D_{hacs}. \quad (2.94)$$

Ako je $P_{hwet} < P_{hdry}$ na snazi je režim mokrog rasta i $P_{hdry} = 0$, a za $P_{hwet} \geq P_{hdry}$ grad raste suvim rastom i $P_{hwet} = 0$.

P_{hfr} - smrzavanje kišnih kapi

Formiranje grada imerzionim smrzavanjem kišnih kapi opisano je, u skladu sa (Wisner i dr., 1972), jednačinom

$$P_{hfr} = 20\pi^2 B' \frac{\rho_w}{\rho} \frac{\exp[A'(T_o - T)] - 1}{\lambda_r^7}. \quad (2.95)$$

Parametri $A' = 0.66 \text{ K}^{-1}$ i $B' = 100 \text{ m}^{-3}\text{s}^{-1}$ su eksperimentalno odredjeni (Bigg, 1953).

P_{hsub} - sublimacija grada

Zrno grada će da sublimira ako se nadje u sredini koja je nezasićena u odnosu na led ($q_v < q_{si}$), na temperaturi manjoj od 0°C . Slično sublimaciji snega ovaj član se može napisati kao

$$\begin{aligned} P_{hsub} = & \frac{2\pi(S_i - 1)}{\rho(A'' + B'')} n_{oh} \\ & \cdot \left[0.78\lambda_h^{-2} + 0.308N_{Sc}^{\frac{1}{3}}\Gamma(2.75) \left(\frac{4g\rho_h}{3C_D\rho}\right)^{\frac{1}{4}} \nu^{-\frac{1}{2}} \lambda_h^{-2.75} \right]. \end{aligned} \quad (2.96)$$

U modelu je pretpostavljeno, da će u nezasićenoj sredini grad sublimirati samo ukoliko se sublimiranjem raspoloživog snega ne postigne zasićenje u odnosu na led.

P_{hmlt} - topljenje grada

Brzina topljenja zrna grada može da se opiše jednačinom

$$0 = L_f \frac{dm_h}{dt} + c_w(T - T_o) \left(\frac{dm_{h_{cw}}}{dt} + \frac{dm_{h_r}}{dt} \right) - \{2\pi D_h K_a(T_o - T) + 2\pi D_h L_v D_v \rho [q_{vs}(T_o) - q_v]\} f_v. \quad (2.97)$$

Prvi član na desnoj strani jednačine je količina toplotne utrošene za topljenje $-dm_h$ mase grada u jedinici vremena, drugi član je količina toplotne koju zrno grada dobije od prirasle oblačne i kišne vode i poslednji član je količina toplotne koju zrno grada dobije provodjenjem toplotne od toplijeg okolnog vazduha i oslobadjanjem latentne toplotne pri kondenzaciji vodene pare na njemu. Ovde je pretpostavljeno da sva prirasla tečna voda ostaje u kontaktu sa zrnom grada do uspostavljanja ravnoteže na temperaturi topljenja. Izraz $dm_{h_{cw}}$ je masa prirasle oblačne vode, a dm_{h_r} je masa prirasle kišne vode. Množenjem izraza $\frac{dm_h}{dt}$ iz jednačine (2.97) sa $\frac{1}{\rho}$ i integraljenjem po svim veličinama zrna grada dobijamo

$$\begin{aligned} P_{hmlt} &= - \frac{1}{\rho} \int_0^\infty \frac{dm_h}{dt} n_h(D) dD_h \\ &= \frac{2\pi n_{oh}}{\rho L_f} \{K_a(T - T_o) - L_v D_v \rho [q_{vs}(T_o) - q_v]\} \\ &\cdot \left[0.78 \lambda_h^{-2} + 0.308 N_{Sc}^{\frac{1}{3}} \Gamma(2.75) \left(\frac{4g\rho_h}{3C_D \rho} \right)^{\frac{1}{4}} \nu^{-\frac{1}{2}} \lambda_h^{-2.75} \right] \\ &+ \frac{c_w(T - T_o)}{L_f} (Q_{hacw} + Q_{hacr}). \end{aligned} \quad (2.98)$$

P_{hmlt} je produkcioni član za kišnu vodu i član ponora za grad. Predstavlja masu istopljenog grada u jedinici vremena po jedinici mase vazduha i u jednačini (2.46) je obeležen sa m_h .

2.4.3 Dijagnoza produkcije kišne vode **P_{raut} - autokonverzija oblačnih kapljica u kišne kapi**

Autokonverzija P_{raut} je proces formiranja kišnih kapi medjusobnim sudaranjem i spajanjem oblačnih kapljica. U modelu je parametrisana u skladu sa (Berry, 1968) i (Orville i

Kopp, 1977) kao

$$P_{raut} = \rho(q_{cw} - q_{cwo})^2 \left[K_1 + \frac{K_2 N_{cw}}{D_o(q_{cw} - q_{cwo})} \right]^{-1}. \quad (2.99)$$

Ako je odnos smeše oblačne vode veći od $q_{cwo} = 2 \cdot 10^{-3} \text{ kgkg}^{-1}$, tada postoji verovatnoća da će se formirati kišne kapi. $K_1 = 1.2 \cdot 10^{-1} \text{ kgm}^{-3}\text{s}$, $K_2 = 1.569 \cdot 10^{-15} \text{ kgs}$, $N_{cw} = 10^9 \text{ m}^{-3}$ je pretpostavljena koncentracija oblačnih kapljica i $D_o = 0.15$ je koeficijent varijacije (standardna devijacija podeljena sa srednjom vrednošću) oblačnih kapljica.

P_{racw} - prirastanje oblačne vode na kišnu vodu

Prirastanje oblačne vode na kišnu vodu (P_{racw}) je produkcioni član za kišnu vodu, a član ponora za oblačnu vodu

$$P_{racw} = \frac{1}{\rho} \int_0^\infty \frac{D_r^2 \pi u_{dr} \rho q_{cw} E_{rw}}{4} n_{or} \exp(-\lambda_r D_r) dD_r = \frac{\pi E_{rw} n_{or} a q_{cw} \Gamma(3+b)}{4 \lambda_r^{3+b}} \left(\frac{\rho_o}{\rho} \right)^{\frac{1}{2}}. \quad (2.100)$$

Vrednost koeficijenta prikupljanja kišne vode za oblačnu vodu $E_{cw} = 1$.

P_{revp} - isparavanje kišne vode

Brzina promene odnosa smeše kišne vode zbog isparavanja, zasniva se na konceptu difuzionog rasta (Byers, 1965), i prema (Orville i Kopp, 1977), je

$$P_{revp} = 2\pi(S-1)n_{or} \left[0.78\lambda_r^{-2} + 0.308N_{Sc}^{\frac{1}{3}}\Gamma(\frac{b+5}{2})a^{\frac{1}{2}}\left(\frac{\rho_o}{\rho}\right)^{\frac{1}{4}}\nu^{-\frac{1}{2}}\lambda_r^{-\frac{b+5}{2}} \right] \cdot \frac{1}{\rho} \left(\frac{L_v^2}{K_a R_v T^2} + \frac{1}{\rho q_{vs} D_v} \right), \quad (2.101)$$

($S - 1$) je prezasićenje u odnosu na vodu i q_{vs} je odnos smeše vodene pare zasićene u odnosu na vodu.

2.4.4 Dijagnoza produkcije oblačnog leda

P_{int} - inicijalizacija oblačnog leda

U ovom modelu je pretpostavljeno da se kristali oblačnog leda trenutno stvaraju u vazduhu koji je prezasićen u odnosu na led, ako je njegova temperatura manja od 0°C . Ovi kristali imaju početni prečnik $D_o = 12.9 \mu\text{m}$ i masu $M_o = 10^{-12} \text{ kg}$. Njihova koncentracija je jednaka koncentraciji prirodnih nukleusa leda koji su aktivni na temperaturi T (Fletcher, 1962):

$$n_c = n_o e^{[\beta(T_o - T)]}, \quad (2.102)$$

gde su $n_o = 10^{-2} \text{ m}^{-3}$ i $\beta = 0.6 \text{ K}^{-1}$. Brzina promene odnosa smeše oblačnog leda zbog inicijalizacije na prirodnim nukleusima je

$$P_{int} = \frac{M_o n_c}{\rho \Delta t}, \quad (2.103)$$

gde je Δt vremenski korak u modelu. P_{int} je produzioni član za oblačni led i član ponora za vodenu paru.

P_{idep} - depozicioni rast oblačnog leda na račun vodene pare

Brzina rasta kristala leda depozicijom vodene pare prema (Rutledge i Hobbs, 1983) je

$$\frac{dM_i}{dt} = \frac{4\bar{D}_i(S_i - 1)}{A'' + B''}, \quad (2.104)$$

gde je M_i masa kristala leda, \bar{D}_i je srednji prečnik kristala leda i veličine A'' i B'' su definisane jednačinom (2.79). Prečnik kristala oblika heksagonalne pločice se može izračunati preko mase kristala kao

$$\bar{D}_i = 16.3 M_i^{\frac{1}{2}}, \quad (2.105)$$

gde je \bar{D}_i u m i M_i u kg . Masa kristala leda se računa iz odnosa smeše oblačnog leda kao

$$M_i = \frac{q_i \rho}{n_c}. \quad (2.106)$$

Kombinacijom jednačina (2.104)-(2.106) dobijamo produkcioni član za oblačni led zbog depozicionog rasta vodene pare

$$P_{idep} = 4 \cdot 16.3 \left(\frac{q_i n_c}{\rho} \right)^{\frac{1}{2}} \frac{S_i - 1}{A'' + B''}. \quad (2.107)$$

U procesu inicijalizacije oblačni led raste na aktivnim nukleusima na račun vodene pare. Na nižim temperaturama, gde postoji veliki broj aktivnih nukleusa leda, član $P_{int} + P_{idep}$ može prevazići količinu vodene pare raspoložive za rast kristala, pa se za brzinu promene odnosa smeše oblačnog leda u modelu uzima

$$P_{int} + P_{idep} = \text{MIN} \left\{ \frac{P_{int} + P_{idep}}{\frac{q_v - q_{si}}{\left[1 + 5807.695 \frac{L_s}{c_p} \frac{q_{si}}{(T-7.66)^2} \right] \Delta t}} \right\}. \quad (2.108)$$

Ovde je uzeto u obzir da se pri deponovanju molekula vode iz vodene pare oslobadja latentna toplota sublimacije. Zbog toga raste temperatura vazduha, odnosno, raste i odnos smeše zasićene vodene pare u odnosu na led, pa je količina vodene pare koja se može deponovati manja od $q_v - q_{si}$. Tačna vrednost mase vodene pare koja je raspoloživa za deponovanje dobija se iterativnim putem i jednaka je

$$\frac{q_v - q_{si}}{\left[1 + 5807.695 \frac{L_s}{c_p} \frac{q_{si}}{(T-7.66)^2} \right]}. \quad (2.109)$$

P_{idep} je produkcioni član za oblačni led i član ponora za vodenu paru.

P_{idw} - depozicioni rast oblačnog leda na račun oblačne vode

U oblačnoj sredini na temperaturi izmedju 0°C i -35°C mogu koegzistirati oblačni led i oblačna voda. Oblačni led tada može da se formira depozicijom vodene pare na prirodnim nukleusima leda na račun oblačne vode. Brzina transfera oblačne vode u oblačni led je

$$P_{idw} = \frac{n_c}{\rho} a_1 m_n^{a_2}, \quad (2.110)$$

n_c je broj prirodnih nukleusa leda definisan jednačinom (2.102), $m_n = 1.05 \cdot 10^{-15}$ g je masa jednog prirodnog nukleusa leda i a_1 i a_2 su parametri koji zavise od temperature i računaju se prema jednačini (2.60). P_{idw} je produkcioni član za oblačni led i član ponora za oblačnu vodu.

P_{ihom} - homogeno smrzavanje oblačne vode

U modelu se uzima da oblačne kapljice ne mogu da postoje na temperaturi manjoj od -35°C . Ako se nadju u takvoj sredini dolazi do njihovog homogenog smrzavanja.

P_{imlt} - topljenje oblačnog leda

Kada se oblačni led nadje u sredini čija je temperatura veća od 0°C , trenutno se istopi i prelazi u oblačnu vodu. Toplota potrebna za topljenje se uzima od okolnog vazduha.

2.4.5 Podešavanje polja temperature, vodene pare, oblačne vode i oblačnog leda

Oblačni led i oblačne kapljice mogu biti prisutne istovremeno u delu oblaka sa temperaturom izmedju 0°C i -35°C . Odnos smeše zasićene vodene pare, za ovaku sredinu, definisan je kao

$$\bar{q}_{vs} = \frac{q_c q_{vs} + q_i q_{is}}{q_c + q_i}, \quad (2.111)$$

q_{vs} i q_{is} su, redom, odnos i smeša zasićene vodene pare u odnosu na vodu i na led.

Ako je oblačna sredina prezasićena (odnos smeše vodene pare q_v veći od odnosa smeše zasićene vodene pare \bar{q}_{vs}) doći će do transfera molekula vode iz vodene pare u oblačnu vodu (kondenzacija) i/ili u oblačni led (depozicija). Pri ovim faznim prelazima se oslobadja latentna toplota kondenzacije i/ili depozicije, pa se oblačni vazduh zagreva i zbog toga se povećava vrednost odnosa smeše zasićene vodene pare. Na kraju ovog ciklusa oblačna sredina treba da bude zasićena u odnosu na novu vrednost zasićene vodene pare.

Ako bi oblačni vazduh bio nezasićen u prisustvu oblačnih kapljica i oblačnog leda, tada bi molekuli vode prelazili iz oblačnih kapljica (isparavanje) i/ili oblačnog leda (sublimacija) u vodenu paru do eventualnog uspostavljanja zasićenja. Pri ovim faznim prelazima vazduh se hlađi pa se početna vrednost odnosa smeše zasićene vodene pare smanjuje. U slučaju da se potroše sve kapljice i oblačni led, a da do zasićenja ne dodje, molekuli vode bi se uzimali od

kišnih kapi, grada ili snega.

U numeričkim modelima za podešavanje razmene topote i promene faze vode najčešće se koristi iterativni Njutn-Rafsonov metod (metod relaksacije). U ARPS-u se upotrebljava neiterativni metod podešavanja (Tao i dr., 1988). To je modifikovani oblik šeme koja je prvi put primenjena u radu (Soong i Ogura, 1973).

Broj molekula vodene pare koji će se kondenzovati na oblačnim kapljicama i broj molekula koji će se deponovati na oblačnom ledu, u prezasićenoj sredini, linearno zavisi od temperature u intervalu od $T_{oo} = -35^{\circ}\text{C}$ do $T_o = 0^{\circ}\text{C}$. Ista zavisnost važi za broj isparenih i sublimiranih molekula u nezasićenoj sredini. Promene odnosa smeše vodene pare, oblačne vode i oblačnog leda su

$$dq_v = q_v - \bar{q}_{vs}, \quad (2.112\text{a})$$

$$dq_c = dq_v \cdot CND, \quad (2.112\text{b})$$

$$dq_i = dq_v \cdot DEP, \quad (2.112\text{c})$$

CND i DEP su funkcije temperature

$$CND = \begin{cases} 1, & T \geqslant T_o \\ \frac{T - T_{oo}}{T_o - T_{oo}}, & T_{oo} < T < T_o \\ 0, & T \leqslant T_{oo} \end{cases} \quad (2.113)$$

i

$$DEP = \begin{cases} 0, & T \geqslant T_o \\ \frac{T_o - T}{T_o - T_{oo}}, & T_{oo} < T < T_o \\ 1, & T \leqslant T_{oo} \end{cases} . \quad (2.114)$$

Podešavanje se vrši na sledeći način. U vremenu $t + dt$ ažuriraju se vrednosti potencijalne temperature, odnosa smeše vodene pare, oblačne vode i oblačnog leda, tako što se uzimaju u obzir samo njihove dinamičke promene (advekcija i difuzija). Ove nove vrednosti su $\theta^*, q_v^*, q_c^* i q_i^*$. Odnosi smeše zasićene vodene pare iznad vode i leda, na temperaturi θ^* , računaju se Teteno-

vim formulama

$$q_{vs}^* = b \exp \frac{a_1(\pi\theta^* - 273.16)}{\pi\theta^* - 35.86}, \quad (2.115a)$$

$$q_{is}^* = b \exp \frac{a_2(\pi\theta^* - 273.16)}{\pi\theta^* - 7.66}, \quad (2.115b)$$

$b = \frac{3.8}{p}$, p je pritisak, $\pi = \left(\frac{p}{p_o}\right)^{\frac{R}{c_p}}$ Eksnerova funkcija i konstante $a_1 = 17.2693882$ i $a_2 = 21.8745584$.

Smatraćemo da je proces podešavanja vlažnoadijabatski, pa promenu potencijalne temperature možemo računati kao

$$d\theta = \theta^{t+dt} - \theta^* = \frac{L_v dq_c + L_s dq_i}{c_p \pi}. \quad (2.116)$$

Po završenom podešavanju vazduh mora da bude zasićen ($q_v^{t+dt} = \bar{q}_{vs}^{t+dt}$), ukoliko za isparavanje (sublimaciju) postoji dovoljno oblačne vode (oblačnog leda). Drugim rečima, isparavanje (sublimacija) je ograničeno raspoloživim q_c^* (q_i^*). Odnos smeše zasićene vodene pare u vremenu $t + dt$, u skladu sa jednačinom (2.111) je

$$\bar{q}_{vs}^{t+dt} = \frac{q_c^* q_{vs}^{t+dt} + q_i^* q_{is}^{t+dt}}{q_c^* + q_i^*}. \quad (2.117)$$

Odnos smeše zasićene vodene pare u odnosu na vodu u vremenu $t + dt$, koji odgovara potencijalnoj temperaturi $\theta^{t+dt} = \theta^* + d\theta$ je

$$q_{vs}^{t+dt} = b \exp \frac{a_1 [\pi(\theta^* + d\theta) - 273.16]}{\pi(\theta^* + d\theta) - 35.86}. \quad (2.118)$$

Razvojem u red, uz zanemarivanje malih članova višeg reda po $d\theta$, iz jednačine (2.118) dobijamo

$$q_{vs}^{t+dt} \approx q_{vs}^* \left[1 + \frac{237.3 a_1 \pi d\theta}{(\pi\theta^* - 35.86)^2} \right]. \quad (2.119)$$

Sličnim postupkom dobijamo odnos smeše zasićene vodene pare u odnosu na led, u vremenu $t + dt$

$$q_{is}^{t+dt} \approx q_{is}^* \left[1 + \frac{265.5 a_2 \pi d\theta}{(\pi\theta^* - 7.66)^2} \right]. \quad (2.120)$$

Jednačinu (2.117) možemo napisati, koristeći jednačine (2.119) i (2.120), kao

$$\bar{q}_{vs}^{t+dt} = \bar{q}_{vs}^* + r_2 d\theta, \quad (2.121)$$

gde su

$$\bar{q}_{vs}^* = \frac{q_c^* q_{vs}^* + q_i^* q_{is}^*}{q_c^* + q_i^*}, \quad (2.122a)$$

$$r_2 = \frac{A_1 q_c^* q_{vs}^* + A_2 q_i^* q_{is}^*}{q_c^* + q_i^*}, \quad (2.122b)$$

$$A_1 = \frac{237.3 a_1 \pi d\theta}{(\pi \theta^* - 35.86)^2}, \quad (2.122c)$$

$$A_2 = \frac{265.5 a_2 \pi d\theta}{(\pi \theta^* - 7.66)^2}. \quad (2.122d)$$

Promena odnosa smeše vodene pare pri procesu podešavanja je

$$dq_v = q_v^{t+dt} - q_v^* = \bar{q}_{vs}^{t+dt} - q_v^*. \quad (2.123)$$

Zamenom \bar{q}_{vs}^{t+dt} iz jednačine (2.121) u (2.123) dobijamo

$$dq_v = -r_1 + r_2 d\theta, \quad (2.124)$$

gde je $r_1 = q_v^* - \bar{q}_{vs}^*$. Ako u jednačini (2.116) zamenimo dq_c sa $-dq_v \cdot CND$ i dq_i sa $-dq_v \cdot DEP$ dobićemo

$$d\theta = -\frac{L_v CND + L_s DEP}{c_p \pi} dq_v. \quad (2.125)$$

Iz dve poslednje jednačine dobijamo

$$dq_v = -\frac{r_1}{1 + r_2 A_3} \quad (2.126)$$

i

$$d\theta = \frac{r_1 A_3}{1 + r_2 A_3}, \quad (2.127)$$

a A_3 je definisano izrazom

$$A_3 = \frac{L_v CND + L_s DEP}{c_p \pi}. \quad (2.128)$$

Na kraju procesa podešavanja, u vremenu $t + dt$, vrednosti potencijalne temperature i odnosa smeše vodene pare su

$$\theta^{t+dt} = \theta^* + \frac{r_1 A_3}{(1 + r_2 A_3)} \quad (2.129)$$

i

$$q_v^{t+dt} = q_v^* - \frac{r_1 A_3}{1 + r_2 A_3}. \quad (2.130)$$

2.5 Parametri modela

2.5.1 Orografi ja modela

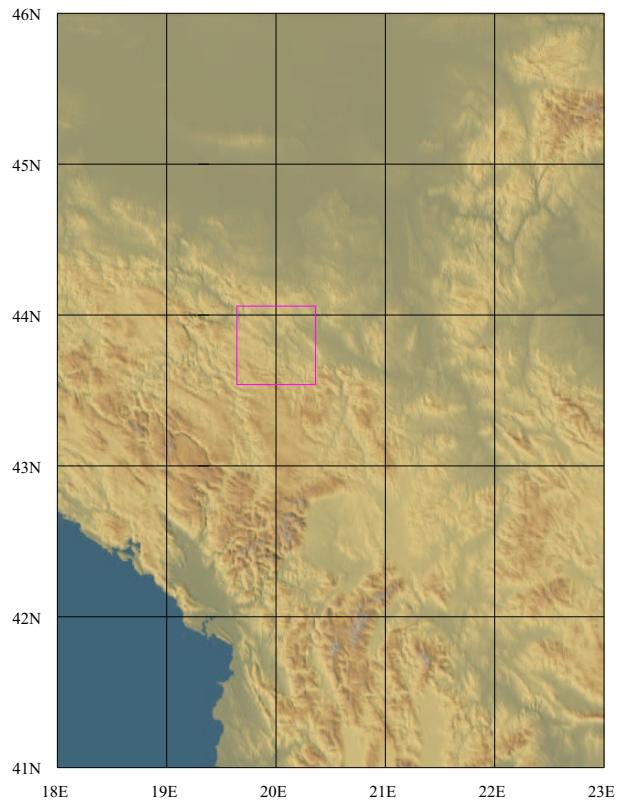
Inicijalizacija terena u ARPS-u se vrši u dva koraka. Prvi je kreiranje datoteke o orografiji terena u pogodnom formatu i drugi generisanje i analiza tih podataka za upotrebu u modelu. Za potrebe ovog rada iz globalnog seta podataka GTOPO30 ekstrahovani su podaci o visini terena za oblast od $19^\circ E$ do $23^\circ E$ geografske dužine i od $41^\circ N$ do $46^\circ N$ geografske širine. Ovi podaci u odgovarajućem formatu smešteni su u datoteci *dir30secsrb.dat*, a informacije o njima u datoteci *dir30secsrb.hdr*. Oblast za koju su podaci o topografiji pripremljeni za analizu prikazana je na slici (2.3). GTOPO30 je globalni set podataka o topografiji za svakih 30 sekundi (stotinu deo stepena), što je za našu geografsku širinu približno 0.65 km u zonalnom i 0.93 km u meridionalnom pravcu.

Sledeći korak u inicijalizaciji terena je numeričko uravnavanje podataka o topografiji koje se izvodi Barnes-ovom tehnikom uzastopnih prolaza.

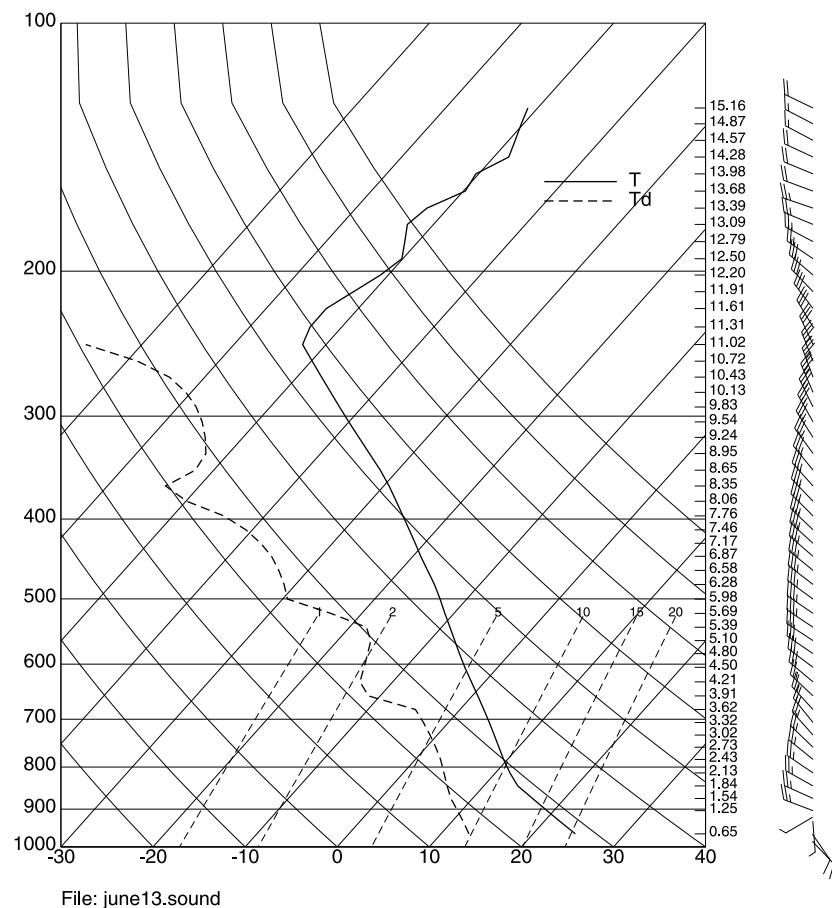
2.5.2 Početni uslovi modela

Model je inicijalizovan podacima iz radiosondažnih merenja u Beogradu od 13. juna 1984. godine u 12 sati. Profil temperature, temperature tačke rose i vetra sa visinom prikazan je na slici (2.4).

Jednačine modela su rešavane na mreži koju čine 97×97 tačaka u horizontalnom i 63 tačke u vertikalnom pravcu. Korak u x i y pravcu je $\Delta x = \Delta y = 600$ m, a u vertikalnom pravcu $\Delta z = 300$ m. Veličina fizičke oblasti je $[(97 - 3) \times 600 \text{ m}] \times [(97 - 3) \times 600 \text{ m}] \times [(63 - 3) \times 300 \text{ m}]$, odnosno $56.4 \text{ km} \times 56.4 \text{ km} \times 18 \text{ km}$. Oblast integracije, sa centrom na

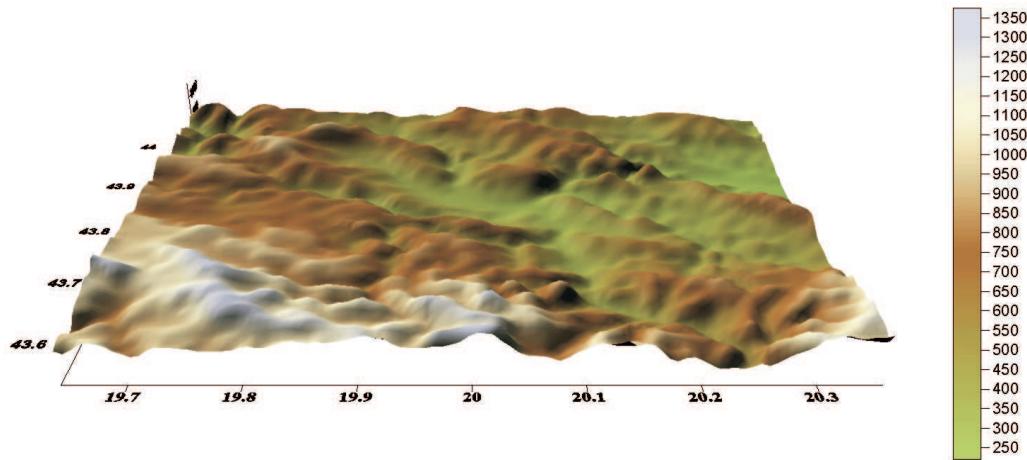


Slika 2.3: Geografska oblast za koju su podaci o topografiji ($30'' \times 30''$) pripremljeni za analizu u ARPS-u. Oblast integracije je označena crvenim kvadratom.



Slika 2.4: Radiosonažni podaci (Beograd, 13.06.1984. 12h) korišćeni za inicijalizaciju modela.

43.80°N i 20°E, omedjena je crvenim kvadratom na slici (2.3), a njen reljefni prikaz dat je na slici (2.5).



Slika 2.5: Oblast integracije. Brojne vrednosti na koordinatnim osama su stepeni geografske širine i geografske dužine.

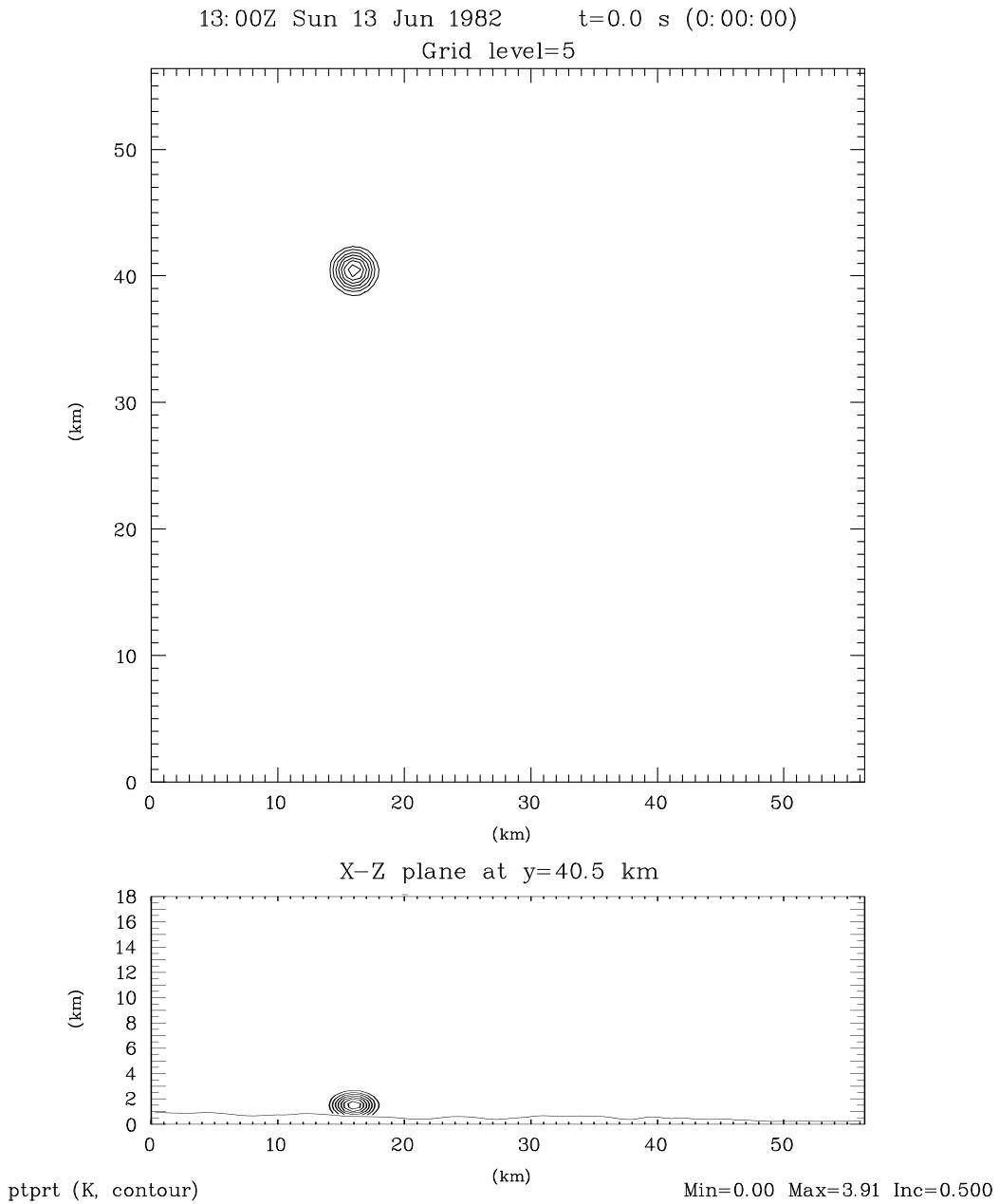
Oblak je inicijalizovan početnim poremećenjem potencijalne temperature u obliku elipsoida, koji je definisan kao

$$\Delta\theta = \theta_o \cos^2\left(\frac{\pi\beta}{2}\right), \quad (\text{za } \beta \leq 1), \quad (2.131)$$

gde je θ_o amplituda u centru poremećenja i β je bezdimenzionalni poluprečnik u obliku

$$\beta = \sqrt{\left(\frac{x - x_c}{x_r}\right)^2 + \left(\frac{y - y_c}{y_r}\right)^2 + \left(\frac{z - z_c}{z_r}\right)^2}, \quad (2.132)$$

x_c, y_c, z_c su koordinate centra poremećenja, a x_r, y_r i z_r su poluprečnici elipsoida u odgovarajućim pravcima. U ovom radu za amplitudu poremećenja uzeta je vrednost $\theta_o=4K$, koordinate centra inicijalnog termika bile su (16, 40.4, 1.5 km), i poluprečnici termika u pravcima x, y, z su 2.5, 2.5 i 1.5 km. Početno poremećenje potencijalne temperature prikazano je na slici (2.6).



Slika 2.6: Početno poremećenje potencijalne temperature na početku integracije. Prikazani su horizontalni presek na nivou $K=5$, na gornjem delu slike, i vertikalni X-Z presek, na $y=40.5$ km, na donjem delu slike. Konturni interval je $0.5K$.

2.5.3 Ostali parametri modela

Za prostorne i vremenske razmere konvektivnog oblaka smatra se da površinski procesi, zračenje i Koriolisova sila nisu od velike važnosti, pa zbog ekonomičnosti nisu računati. Bočni granični uslovi su radijacioni (otvoreni) granični uslovi, gornji granični uslov je linearни hidrostatički (Klemp i Durran, 1983), a donja granica je čvrsta (rigid wall). Za advekciju količine kretanja koristi se advektivna šema četvrtog reda tačnosti u horizontalnom i vertikalnom pravcu, a za advekciju skalarnih veličina koristi se Zalesak-ova višedimenziona FCT (flux-corrected transport) šema (Zalesak, 1979). Turbulencija, kao podmrežni proces, se računa šemom reda 1.5, sa prognostičkom jednačinom za turbulentnu kinetičku energiju. Računsko mešanje je četvrtog reda u horizontalnom pravcu, sa koeficijentom difuzije $cfcm4h = 5 \times 10^{-4} \text{ s}^{-1}$. U vertikalnom pravcu računsko mešanje se vrši sa obe šeme, drugog i četvrtog reda, sa koeficijentima difuzije $cfcm4v = 5 \times 10^{-4} \text{ s}^{-1}$ i $cfcm2v = 4 \times 10^{-4} \text{ s}^{-1}$. Prigušenje divergencije zvučnih talasa se računa sa koeficijentima prigušenja $divdmpndh = divdmpndv = 0.05$. Za veliki vremenski korak uzeta je vrednost 4 s, a za mali vremenski korak 0.5 s. Ukupno vreme integracije je dva sata.

3

REAGENS

U ovom poglavlju biće opisani načini delovanja reagensa u oblačnoj sredini, raspodela reagensa po veličini i korišćene aktivacione krive. Takođe će biti opisani produkcioni članovi za oblačni led i grad, koji su posledica interakcije reagensa sa vodenom parom, oblačnom i kišnom vodom.

3.1 Mehanizmi delovanja reagensa

Mogući mehanizmi kojim ($A_g J$) produkuje oblačni led i grad su:

1. depoziciona nukleacija (formiranje kristala leda deponovanjem vodene pare iz vazduha, koja je prezasićena u odnosu na led, na čestici reagensa);
2. kontaktna nukleacija (smrzavanje prehladjениh oblačnih kapljica i kišnih kapi pri sudsaranju sa česticom reagensa);
3. sorpciona nukleacija (kondenzacija vodene pare, koja je prezasićena u odnosu na vodu, na površini reagensa, posle čega sledi smrzavanje kapljice);
4. imerzionalno smrzavanje kapi (smrzavanje zbog aktiviranja čestice reagensa koja se nalazi unutar kapi).

U ovom radu su računate kontaktna i depoziciona nukleacija, a sorpciona nukleacija je implicitno uključena preko depozitione.

3.1.1 Mehanizmi kontaktne nukleacije

Kontaktna nukleacija je uzrokovana postojanjem više mehanizama koji omogućavaju sudaranje čestica reagensa sa oblačnim kapljicama i kišnim kapima. Najvažniji su: a) Braunovsko sudaranje prouzrokovano kretanjem čestice reagensa izazvano slučajnim sudaranjem sa molekulima vazduha; b) inercijalno sudaranje zbog različitih terminalnih brzina kapi (kapljica) i reagensa; c) foretički procesi (termoforeza - kretanje čestica u vazduhu od mesta sa višom ka mestu sa nižom temperaturom, difuzioforeza - kretanje čestica od mesta veće ka mestu njihove manje koncentracije).

3.2 Raspodela veličina reagensa

Oblik raspodele i srednja veličina čestica reagensa zavise od načina proizvodnje i njegovog hemijskog sastava. Mossop i Tuck-Lee (1968) su na osnovu merenja utvrdili da je smeša reagensa ($A_gJ - N_aJ$) raspodeljena po log-normalnoj raspodeli, sa srednjim dijametrom $\bar{D}_m = 85 \times 10^{-9}$ m i standardnom devijacijom $\sigma_m = 1.47 \times 10^{-9}$ m. Za smešu reagensa ($A_gJ - A_gC_l$) DeMott je, koristeći izmerene vrednosti, ustanovio da je raspodeljena po log-normalnoj raspodeli, sa srednjim prečnikom $D_m = 64 \times 10^{-9}$ m i standardnom devijacijom $\sigma_m = 4 \times 10^{-8}$ m. Raspodela čestica smeše reagensa ($A_gJ - A_gC_l - 4N_aC_l$) je takođe log-normalna sa srednjim prečnikom $D_m = 95 \times 10^{-9}$ m i standardnom devijacijom $\sigma_m = 44 \times 10^{-9}$ m (DeMott i dr. (1983)).

U ovom radu prepostavljen je da reagens ima monodisperznu raspodelu, tj. da sve čestice reagensa imaju isti poluprečnik ($r_s = 0.1 \times 10^{-6}$ m) i masu ($m_s = 2.38 \times 10^{-17}$ kg).

3.3 Aktivacione krive za kontaktne i depozitione nukleuse

Smatra se, na osnovu teorijskih proučavanja (Cooper, 1974), da se broj aktivnih kontaktnih nukleusa N_{ac} , razlikuje od broja aktivnih depozicionih nukleusa N_{ad} . Njihov odnos je dat izrazom

$$N_{ad}(T_{ad}) \leq N_{ac}(T_{ac}), \quad T_{ad} \approx 2.3T_{ac}, \quad (3.1)$$

gde su T_{ad} i T_{ac} odgovarajuća prehladjenja. Zbog nedostatka eksperimentalnih podataka i zbog jednostavnosti koristili smo istu aktivacionu krivu za sve moguće mehanizme nukleacije. Ova aktivaciona kriva dobijena je na osnovu izmerenih vrednosti na temperaturama izmedju -5°C i -20°C i može se, u skladu sa (Parungo, 1973), (Cooper, 1974), (Hsie i dr., 1980) i (Kopp, 1988) napisati u obliku

$$N_a(\Delta T) = \exp \left[-0.022 (\Delta T)^2 + 0.88 (\Delta T) - 3.8 \right], \quad (3.2)$$

gde je $N_a(\Delta T)$ broj aktivnih nukleusa u jednom litru vazduha, a $\Delta T = T_o - T$ je prehladjenje. Načini nukleacije nisu bili poznati pri dobijanju podataka iz kojih je generisana ova aktivaciona kriva, ali se prepostavlja da su uključene depoziciona i sorpciona nukleacija. Korišćena aktivaciona kriva prikazana je na slici 3.1.

Koncentracija čestica reagensa ($A_g J$) koje su aktivni kontaktni nukleusi je (Hsie i dr., 1980)

$$N_c = \frac{\rho X_s}{m_s} \frac{N_a(\Delta T)}{N_a(20^{\circ}\text{C})}, \quad (3.3)$$

gde je X_s odnos smeše reagensa, a m_s masa jedne čestice reagensa. Slično, koncentracija čestica reagensa ($A_g J$) koje su aktivni depozicioni nukleusi je

$$N_d = \frac{\rho X_s}{m_s} \frac{N_a(\Delta T)}{N_a(20^{\circ}\text{C})}. \quad (3.4)$$

U jednačinama 3.3 i 3.4 član $\frac{\rho X_s}{m_s}$ je ukupna koncentracija reagensa, a

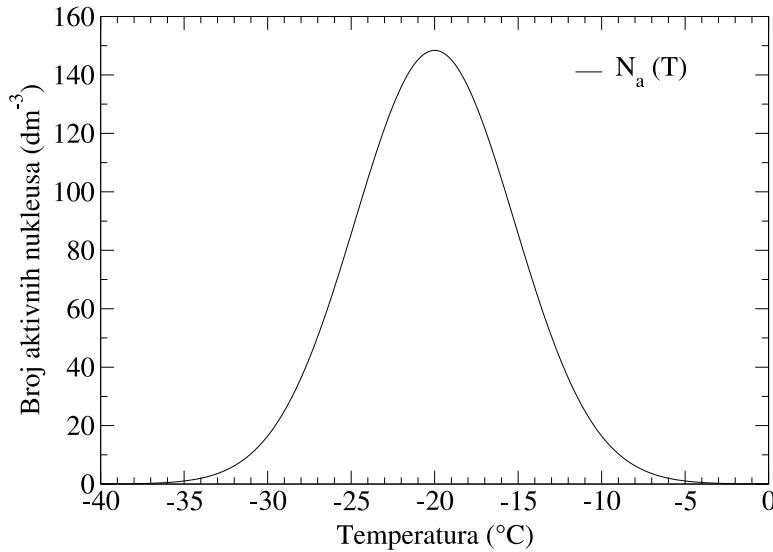
$$F_a = \frac{N_a(\Delta T)}{N_a(20^{\circ}\text{C})} \quad (3.5)$$

je odnos broja čestica reagensa koje su aktivne kao kontaktni ili depozicioni nukleusi, na datom prehladjenju, i broja svih čestica reagensa.

Aktivnost reagensa u funkciji temperature prikazana je na slici (3.2).

3.3.1 DeMott-ove aktivacione krive.

Na osnovu merenja za čestice aerosola ($A_g J - A_g C_l$) DeMott je dobio aktivacione krive za različite mehanizme nukleacije leda. Ove krive su date u obliku polinoma (Meyers i dr., 1995)



Slika 3.1: Broj aktivnih nukleusa u jednom litru vazduha.

i funkcije su temperature i prezasićenja u odnosu na vodu ili led.

Deo, od ukupnog broja čestica aerosola, koje su aktivni depozicioni nukleusi je

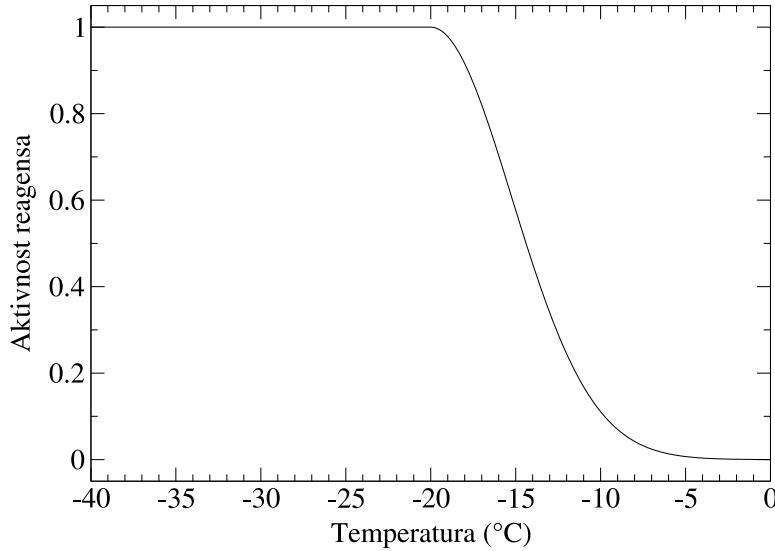
$$F_{dep} = a(S_i - 1) + b\left(\frac{273.16 - T}{T_o}\right) + c(S_i - 1)^2 + d\left(\frac{273.16 - T}{T_o}\right)^3 + e(S_i - 1)^3, \quad (3.6)$$

$T_o = 10$ K, $a = -3.25 \times 10^{-3}$, $b = 5.39 \times 10^{-5}$, $c = 4.35 \times 10^{-4}$ i $e = -0.07$. $S_i - 1$ je prezasićenje u odnosu na led, T je temperatura u Kelvinovim stepenima i ova jednačina važi za $S_i > 1.04$ i $T \leq 268.2$ K.

Pri sudaru aerosola sa prehladjenim oblačnim kapljicama može doći do njihovog zamrzavanja. Deo sudara aerosola koji dovode do zamrzavanja podeljen sa ukupnim brojem sudara sa oblačnim kapljicama je

$$F_{ctf} = a + b(S_i - 1) + c(S_i - 1)^2 + d(S_i - 1)^3 + e(S_i - 1)^4 + f(S_i - 1)^5 + g(S_i - 1)^6, \quad (3.7)$$

$a = 0.0878$, $b = -3.7947$, $c = 52.3167$, $d = -255.4484$, $e = 568.3257$, $f = -460.4234$, $g = -63.1248$ i ova jednačina je u važnosti za $S_i > 1.058$ i $T < 269.2$ K.



Slika 3.2: Aktivnost čestica reagensa (količnik broja aktivnih kontaktnih ili depozicionih čestica reagensa i ukupnog broja čestica reagensa) u funkciji temperature.

Frakcija aerosola koji služe kao sorpcioni nukleusi je parametrisana kao

$$F_{cdf} = a \left(\frac{268.66 - T}{T_o} \right)^3 (S_w - 1)^2, \quad (3.8)$$

$T_o = 10\text{ K}$, $a = 900.0$, $S_w - 1$ je prezasićenje u odnosu na vodu i jednačina važi za $T < 268.66\text{ K}$ i $S_w > 1$. Deo aerosola koji služe kao imerzionalni nukleusi, podeljen sa ukupnim brojem neaktiviranih aerosola koji su potopljeni u oblačnim kapljicama je

$$F_{imf} = \left(\frac{268.2 - T}{T_o} \right)^b, \quad (3.9)$$

$T_o = 10\text{ K}$, $a = 0.0274$, $b = 3.3$ i ova jednačina važi za $T < 268.2\text{ K}$. Poslednju jednačinu je teško primeniti u mezomodelima sa "bulk-water" mikrofizikom, jer je potrebno znati broj neaktiviranih aerosola koji su potopljeni u oblačnim kapljicama u bilo kojoj tački mreže u bilo kom vremenskom koraku. Medjutim, na osnovu analize relativnih doprinosa različitih mehanizama nukleacije oblačnog leda, može se opravdati zanemarivanje imerzionalne nukleacije (Meyers i dr., 1995).

3.4 Efekti zasejavanja reagensa na produkciiju oblačnog leda i grada

Pri računanju nukleacionih procesa, koji su inicirani česticama reagensa, korišćene su sledeće pretpostavke:

- veličina (masa) svih čestica srebro-jodida je ista;
- jedna kap (kapljica) se može sudariti najviše sa jednim aktivnim delićem reagensa;
- sudaranje i spajanje grada i oblačnog leda sa reagensom se zanemaruje;
- koagulacioni procesi izmedju delića reagensa se zanemaruju;
- fotolitička deaktivacija reagensa se zanemaruje.

3.4.1 Interakcija reagensa sa oblačnim kapljicama

Braunovsko sudaranje oblačnih kapljica i čestica reagensa

Brzina promene odnosa smeše reagensa zbog braunovskog sudaranja sa oblačnim kapljicama, u skladu sa (Hsie i dr., 1980), je

$$S_{bc} = \frac{\Delta X_s}{\Delta t} = -4\pi D_s X_s \frac{\rho l_{cw}}{m_{cw}} R_{cw}, \quad (3.10)$$

gde je D_s difuzivnost reagensa, a $m_{cw} = \frac{4\pi}{3} R_{cw}^3 \rho_w$ i $R_{cw} = 1 \times 10^{-5}$ m su masa i radijus oblačne kapljice, respektivno. Difuzivnost reagensa je (Ćurić i Janc, 1990)

$$D_s = kTB, \quad (3.11)$$

k je Bolcmanova konstanta, a B je pokretljivost čestice reagensa i data je (Byers, 1965)

$$B = \frac{1 + \frac{a' \lambda}{R_s}}{6\pi\mu R_s}, \quad (3.12)$$

$a' = 0.9$, λ je srednji slobodni put, a R_s radijus čestice reagensa. Srednji slobodni put može biti napisan (Twomey, 1977) kao

$$\lambda = \frac{kT}{pR_S^2 \sqrt{2\pi}}, \quad (3.13)$$

gde su T i p temperatura i pritisak vazduha, respektivno. Brzina promene koncentracije reagensa zbog braunovskog sudaranja sa oblačnim kapljicama $J_{bc} = \frac{\rho}{m_s} S_{bc}$ je, koristeći jednačinu (3.10), data izrazom

$$J_{bc} = -4\pi D_s \frac{\rho X_s}{m_s} \frac{\rho l_{cw}}{m_{cw}} R_{cw}. \quad (3.14)$$

Do smrzavanja oblačnih kapljica dolazi samo pri njihovom sudaranju sa aktivnom česticom reagensa, pa se zbog toga produkcioni član za oblačni led može napisati

$$P_{bc} = -\frac{J_{bc}}{\rho} \frac{N_{ac}(\Delta T)}{N_{ac}(20^\circ C)} m_{cw} = 4\pi D_s \rho \frac{X_s}{m_s} l_{cw} R_{cw} \frac{N_{ac}(\Delta T)}{N_{ac}(20^\circ C)}. \quad (3.15)$$

Inercijalno sudaranje oblačnih kapljica sa česticama reagensa

Brzina promene odnosa smeše reagensa zbog inercijalnog sudaranja sa oblačnim kapljicama, u skladu sa (Hsie i dr., 1980), je

$$S_{ic} = \frac{\Delta X_s}{\Delta t} = -\pi R_{cw}^2 X_s V_{cw} E_{ws} \frac{\rho l_{cw}}{m_{cw}}, \quad (3.16)$$

gde je V_{cw} terminalna brzina oblačne kapljice i u modelu je $V_{cw} = 1 \times 10^{-2} \text{ ms}^{-1}$, a $E_{ws} = 1 \times 10^{-4}$ je efikasnost prikupljanja oblačnih kapljica za česticu srebro-jodida. Brzina promene koncentracije reagensa zbog inercijalnog sudaranja sa oblačnim kapljicama $J_{ic} = \frac{\rho}{m_s} S_{ic}$ je, koristeći jednačinu 3.16, data izrazom

$$J_{ic} = -\pi R_{cw}^2 \frac{\rho X_s}{m_s} V_{cw} E_{ws} \frac{\rho l_{cw}}{m_{cw}}. \quad (3.17)$$

Povećanje mase oblačnog leda po jedinici mase vazduha, u jedinici vremena, zbog sudaranja oblačnih kapljica sa aktivnim česticama srebro-jodida je

$$P_{ic} = -\frac{J_{ic}}{\rho} \frac{N_{ac}(\Delta T)}{N_{ac}(20^\circ C)} m_{cw} = \pi R_{cw}^2 \rho \frac{X_s}{m_s} V_{cw} E_{ws} l_{cw} \frac{N_{ac}(\Delta T)}{N_{ac}(20^\circ C)}. \quad (3.18)$$

Sudaranje oblačnih kapljica sa česticama reagensa zbog foretičkih procesa

Brzina promene koncentracije reagensa pri sudaranju sa oblačnim kapljicama zbog procesa termoforeze i difuzioforeze, u skladu sa (Ćurić i Janc, 1993a) je

$$J_{ph} = -4\pi R_{cw} F_2 \left(f_t - \frac{R_v T}{L_v} \right) \frac{\rho X_s}{m_s} \frac{\rho l_{cw}}{m_{cw}}, \quad (3.19)$$

gde je f_t dato izrazom (Cotton i dr., 1986)

$$f_t = \frac{0.4 [1 + 1.45 K_n + 0.4 K_n \exp(-1/K_n)] (K_a + 2.5 K_n K_s)}{(1 + 3 K_n) (2 K_a + 5 K_s K_n + K_s)}. \quad (3.20)$$

K_a je toplotna provodljivost vazduha, K_s je toplotna provodljivost srebro-jodida i prema (Cotton i dr., 1986) $K_s = 5.39 \times 10^{-9} \text{ Js}^{-1} \text{ m}^{-1} \text{ K}^{-1}$ i K_n je Knudsenov broj dat (Cotton i dr., 1986) kao

$$K_n = \frac{7.37 T}{288 p R_s}. \quad (3.21)$$

F_2 je (Cotton i dr., 1986)

$$F_2 = -\frac{G(T, p) (S - 1) L_v}{p}, \quad (3.22)$$

gde su $(S - 1)$ prezasićenje u odnosu na vodu, p pritisak i $G(T, p)$ termodinamička funkcija data u skladu sa (Pruppacher i Klett, 1997)

$$G(T, p) = \frac{1/\rho_w}{\left(\frac{L_v}{R_v T} - 1\right) \frac{L_v}{K_a T} + \frac{T R_v}{e_{sl} D_v}}. \quad (3.23)$$

Brzina promene odnosa smeše reagensa pri sudaranju sa oblačnim kapljicama zbog procesa termoforeze i difuzioforeze, iz jednačine 3.19 je

$$S_{ph} = \frac{m_s}{\rho} J_{pw} = -4\pi R_{cw} F_2 \left(f_t - \frac{R_v T}{L_v} \right) X_s \frac{\rho l_{cw}}{m_{cw}}. \quad (3.24)$$

Brzina povećanja mase oblačnog leda, u jedinici mase vazduha, zbog foretičkog sudaranja reagensa sa oblačnim kapljicama je

$$P_{ph} = -\frac{J_{ph}}{\rho} \frac{N_{ac} (\Delta T)}{N_{ac} (20^\circ C)} m_{cw} = 4\pi R_{cw} F_2 \left(f_t - \frac{R_v T}{L_v} \right) \frac{\rho X_s}{m_s} l_{cw} \frac{N_{ac} (\Delta T)}{N_{ac} (20^\circ C)}. \quad (3.25)$$

Depozicioni rast oblačnog leda na česticama reagensa, na račun oblačne vode

Na aktiviranim depozicionim nukleusima se deponuje (direktno prelazi u led) vodena para iz vazduha i pri tome se smanjuje odnos smeše vodene pare u oblačnom vazduhu. Ako je odnos smeše vodene pare u oblaku manji od odnosa smeše zasićene vodene pare, oblačna voda će isparavati i održavati relativnu vlažnost na vrednost $\frac{r}{r_{SAT}} \cong 100\%$. Na taj način oblačni led raste na račun oblačne vode. Brzina promene mase oblačnog leda, u jedinici mase vazduha, zbog dodatnog Beržeronovog procesa na česticama reagensa, u skladu sa (Hsie i dr., 1980) je

$$P_{cswd} = \frac{X_s}{m_s} \frac{N_{ad}(\Delta T)}{N_{ad}(20^\circ C)} a_1 m_s^{a_2}. \quad (3.26)$$

Brzina promene koncentracije reagensa zbog dodatnog Beržeronovog procesa je

$$J_{cswd} = -\frac{\rho P_{cswd}}{m_{ci}} = -\frac{\rho X_s}{m_s m_{ci}} \frac{N_{ad}(\Delta T)}{N_{ad}(20^\circ C)} a_1 m_s^{a_2}. \quad (3.27)$$

Brzinu promene odnosa smeše reagensa zbog aktivacije reagensa kao depozicionog nukleusa možemo napisati kao

$$S_{cswd} = -J_{cswd} \frac{m_s}{\rho} = \frac{X_s}{m_{ci}} \frac{N_{ad}(\Delta T)}{N_{ad}(20^\circ C)} a_1 m_s^{a_2}. \quad (3.28)$$

Ovde smo pretpostavili da se potroši tačno onoliko čestica reagensa koliko se oformi kristala oblačnog leda.

3.4.2 Interakcija reagensa sa kišnim kapima

Braunovsko sudaranje kišnih kapi i čestica reagensa

Brzina promene koncentracije reagensa zbog braunovskog sudaranja sa kišnim kapima, u skladu sa (Hsie i dr., 1980), je

$$J_{br} = -4\pi D_s \frac{\rho X_s}{m_s} \int_0^{\infty} n_{or} \exp(-\lambda_r D_r) \frac{D_r}{2} dD_r = -2\pi D_s \frac{\rho X_s}{m_s} \frac{n_{or}}{\lambda_r^2}. \quad (3.29)$$

Brzina promene odnosa smeše reagensa zbog braunovskog sudaranja sa kišnim kapima, iz jednačine (3.29) je

$$S_{br} = J_{br} \frac{m_s}{\rho} = -2\pi D_s X_s \frac{n_{or}}{\lambda_r^2}. \quad (3.30)$$

Ako prepostavimo da se aktivirana čestica reagensa može sudariti samo sa jednom kapi prehladjene vode, dobijamo da je broj zamrznutih kišnih kapi u jediničnoj masi vazduha u jedinici vremena jednak $-\frac{S_{br}}{m_s} \frac{N_{ac}(\Delta T)}{N_{ac}(20^\circ C)}$. Brzina porasta mase grada u jedinici mase vazduha, zbog braunovskog sudaranja kišnih kapi sa aktiviranim česticama reagensa je $-\frac{S_{br}}{m_s} \frac{N_{ac}(\Delta T)}{N_{ac}(20^\circ C)} \overline{m_r}$, gde $\overline{m_r}$ predstavlja srednju masu kišne kapi koju možemo izračunati kao

$$\overline{m_r} = \frac{\int_0^\infty \frac{4}{3} \left(\frac{D}{2}\right)^3 \pi \rho_w n_{or} e^{-\lambda_r D} dD}{\int_0^\infty n_{or} e^{-\lambda_r D} dD} = \frac{\pi \rho_w}{\lambda_r^3}, \quad (3.31)$$

i uz jednačinu (3.29) dobijamo

$$P_{br} = 2\pi^2 D_s \rho_w \frac{X_s}{m_s} \frac{n_{or}}{\lambda_r^5} \frac{N_{ac}(\Delta T)}{N_{ac}(20^\circ C)}. \quad (3.32)$$

Imajući u vidu da krupnije kišne kapi imaju veću verovatnoću sudara sa aktivnom česticom reagensa od sitnijih kišnih kapi i da je doprinos masi grada pri tom sudaru proporcionalan trećem stepenu prečnika kišne kapi, produkcioni član P_{br} bi trebalo izračunati na dole navedeni način:

Brzina promene koncentracije reagensa zbog sudaranja sa oblačnim kapljicama poluprečnika R_{cw} i koncentracije $\frac{\rho l_{cw}}{m_{cw}}$ je data jednačinom (3.14). Neka u jedinici zapremine postoji $n(D)dD$ kišnih kapi sa prečnikom u intervalu $[D, D+dD]$. Brzina promene koncentracije reagensa zbog njihovog braunovskog sudaranja sa ovim kapima je

$$J_{br} = -4\pi D_s \frac{\rho X_s}{m_s} n(D) dD \frac{D}{2}, \quad (3.33)$$

a brzina promene koncentracije aktivnog reagensa

$$J_{br} = -4\pi D_s \frac{\rho X_s}{m_s} \frac{N_{ac}(\Delta T)}{N_{ac}(20^\circ C)} n(D) dD \frac{D}{2}. \quad (3.34)$$

Koristeći jednačinu (3.34) i činjenicu da se pri svakom sudaru aktivne čestice reagensa i prehladjene kišne kapi zamrzne kap mase $\frac{4}{3}(\frac{D}{2})^3\pi\rho_w$, brzinu promene mase grada u jedinici zapremine možemo napisati kao $4\pi D_s \frac{\rho X_s}{m_s} \frac{N_{ac}(\Delta T)}{N_{ac}(20^\circ C)} \frac{4}{3}(\frac{D}{2})^3\pi\rho_w n(D)dD \frac{D}{2}$. Kada poslednji izraz podelimo sa gustom vazduha dobijamo promenu mase grada u jedinici vremena po jedinici mase vazduha. Ukupna promena mase grada u jedinici vremena po jedinici mase vazduha se dobija integraljenjem poslednjeg izraza

$$P_{br} = 4\pi D_s \frac{X_s}{m_s} \frac{N_{ac}(\Delta T)}{N_{ac}(20^\circ C)} \frac{4\pi}{3} \rho_w n_{or} \frac{1}{16} \int_0^\infty D^4 e^{-\lambda_r D} dD \quad (3.35)$$

Iz jednačine (3.35) dobijamo konačan izraz za produkcijski član za grad zbog braunovskog sudaranja prehladjenih kišnih kapi sa reagensom

$$P_{br} = 8\pi^2 D_s \rho_w \frac{X_s}{m_s} \frac{n_{or}}{\lambda_r^5} \frac{N_{ac}(\Delta T)}{N_{ac}(20^\circ C)}. \quad (3.36)$$

Treba primetiti da je vrednost člana P_{br} datog jednačinom (3.36) četiri puta veća od vrednosti toga člana koji je korišćen u radu (Hsie i dr., 1980), a koji je dat jednačinom (3.32).

Inercijalno sudaranje kišnih kapi i čestica reagensa

Brzina promene koncentracije reagensa zbog inercijalnog sudaranja sa kišnim kapima, u skladu sa (Hsie i dr., 1980), je

$$J_{ir} = -\pi \frac{\rho X_s}{m_s} E_{rs} \int_0^\infty \left(\frac{D_r}{2}\right)^2 a D_r^b \left(\frac{\rho_o}{\rho}\right)^{\frac{1}{2}} n_{or} \exp(-\lambda_r D_r) dD_r \quad (3.37)$$

ili

$$J_{ir} = -\frac{\pi}{4} \frac{\rho X_s}{m_s} E_{rs} a \left(\frac{\rho_o}{\rho}\right)^{\frac{1}{2}} n_{or} \frac{\Gamma(3+b)}{\lambda_r^{3+b}}, \quad (3.38)$$

gde je $E_{rs} = 0.5 \times 10^{-4}$ efikasnost prikupljanja kišnih kapi za česticu srebro-jodida.

Brzina promene odnosa smeše reagensa zbog inercijalnog sudaranja sa kišnim kapima je

$$S_{ir} = J_{ir} \frac{m_s}{\rho} = -\frac{\pi}{4} X_s E_{rs} a \left(\frac{\rho_o}{\rho}\right)^{\frac{1}{2}} n_{or} \frac{\Gamma(3+b)}{\lambda_r^{3+b}}. \quad (3.39)$$

Brzina porasta mase grada u jedinici mase vazduha, zbog inercijalnog sudaranja kišnih kapi sa aktiviranim česticama reagensa je

$$P_{ir} = \pi \frac{X_s}{m_s} \frac{N_{ac}(\Delta T)}{N_{ac}(20^\circ C)} E_{rs} \int_0^{\infty} \left(\frac{D_r}{2} \right)^2 a D_r^b \left(\frac{\rho_o}{\rho} \right)^{\frac{1}{2}} m_r(D_r) n_{or} \exp(-\lambda_r D_r) dD_r, \quad (3.40)$$

$$P_{ir} = \frac{\pi^2}{24} \frac{X_s}{m_s} \frac{N_{ac}(\Delta T)}{N_{ac}(20^\circ C)} E_{rs} a \left(\frac{\rho_o}{\rho} \right)^{\frac{1}{2}} \rho_w n_{or} \frac{\Gamma(6+b)}{\lambda_r^{6+b}}. \quad (3.41)$$

U jednačini (3.40), $m_r(D_r) = \frac{4}{3} \left(\frac{D_r}{2} \right)^3 \pi \rho_w$ je masa kišne kapi prečnika D_r .

3.4.3 Povećanje mase oblačnog leda inicijalizacijom na aktivnom reagensu

Pretpostavljeno je da se kristali oblačnog leda trenutno stvaraju uvek kada je vazduh prezasićen u odnosu na led i temperatura manja od $0^\circ C$. Ovi kristali imaju početni prečnik $D_o = 12.9 \mu m$ i masu $M_o = 10^{-12} kg$ u skladu sa (Stephens, 1979). Njihova koncentracija u oblacima u kojima nema veštačkih nukleusa leda je ista kao koncentracija prirodnih ledenih nukleusa koji su aktivni na temperaturi T (Fletcher, 1962):

$$n_c = n_o e^{[\beta(T_o - T)]}, \quad (3.42)$$

gde su $n_o = 10^{-2} m^{-3}$ i $\beta = 0.6 K^{-1}$. Brzina stvaranja ovih malih kristala leda je (Stephens, 1979)

$$P_{in} = \frac{M_o n_c}{\rho \Delta t}, \quad (3.43)$$

gde je Δt vremenski korak. Ako je u oblaku prisutan reagens onda će koncentracija kristala leda prečnika D_o biti povećana za

$$n_{cs} = \frac{X_s \rho}{m_s} \frac{N_{ad}(\Delta T)}{N_{ad}(20^\circ C)}, \quad (3.44)$$

a ukupna brzina promene odnosa smeše oblačnog leda biće

$$P_{intt} = \frac{M_o}{\Delta t} \left\{ \frac{n_o}{\rho} e^{[\beta(T_o - T)]} + \frac{n_{cs}}{\rho} \right\} \quad (3.45)$$

odnosno,

$$P_{intt} = \frac{M_o}{\Delta t} \left\{ \frac{n_o}{\rho} e^{[\beta(T_o - T)]} + \frac{X_s}{m_s} \frac{N_{ad}(\Delta T)}{N_{ad}(20^\circ C)} \right\}. \quad (3.46)$$

Na nižim temperaturama, gde postoji veliki broj aktivnih nukleusa leda, brzina P_{intt} može prevazići količinu vodene pare raspoložive za rast kristala, pa se za ukupnu brzinu promene odnosa smese oblačnog leda zbog inicijalizacije na prirodnim i zasejanim nukleusima u modelu uzima

$$P_{int} = \text{MIN} \left\{ \frac{P_{intt}}{\frac{q_v - q_{si}}{\Delta t}} \right\}. \quad (3.47)$$

Brzina promene odnosa smeše reagensa zbog inicijalizacije oblačnog leda na njemu je

$$S_{int} = -P_{int} \frac{n_{cs}}{n_{cs} + n_c} \frac{m_s}{M_o} = -P_{int} \frac{\frac{X_s}{m_s} \frac{N_{ad}(\Delta T)}{N_{ad}(20^\circ C)}}{\frac{n_o}{\rho} e^{[\beta(T_o - T)]} + \frac{X_s}{m_s} \frac{N_{ad}(\Delta T)}{N_{ad}(20^\circ C)}} \frac{m_s}{M_o}. \quad (3.48)$$

3.4.4 Promena procesa podešavanja zbog prisustva reagensa

Ako prepostavimo da se molekuli vode, u odsustvu reagensa, deponuju na prirodnim nukleusima leda, onda bi trebalo očekivati da prisustvo aktiviranih čestica reagensa dovodi do promene procesa podešavanja. Tako veličine CND i DEP ne mogu biti isključivo funkcije temperature (jednačine 2.113 i 2.114). Na temperaturi manjoj od $T_{oo} = -35^\circ C$ sva raspoloživa vodena para se pretvara u oblačni led. Broj aktivnih prirodnih nukleusa leda na temperaturi T_{oo} , prema jednačini (3.42), je $n_{cmax} = 13188157 \text{ m}^{-3}$. Prepostavićemo takodje, da se svi molekuli vodene pare, u prezasićenoj sredini, deponuju na oblačni led, kada ukupna koncentracija svih aktivnih čestica dostigne vrednost n_{cmax} . Tada kondenzacija oblačne vode ne postoji. Dodatni zahtev pri određivanju novih veličina CND_n i DEP_n je da su u odsustvu reagensa one samo funkcije temperature, kako se ne bi menjala sama priroda modela. Uzimajući u obzir navedene prepostavke definisali smo

$$DEP_n = \begin{cases} 0, & T \geq T_o \\ (n_{cmax} \frac{T_o - T}{T_o - T_{oo}} + n_{cs}) / n_{cmax}, & T_{oo} < T < T_o \\ 1, & T \leq T_{oo} \end{cases}, \quad (3.49)$$

$$CND_n = 1 - DEP_n. \quad (3.50)$$

Kada je sredina prezasićena u procesu podešavanja koriste se nove vrednosti DEP_n i CND_n , a kada je nezasićena DEP i CND . Na ovaj način se ne dozvoljava da se oblačni led pre utroši od oblačne vode. Brzina promene odnosa smeše reagensa zbog promene procesa podešavanja je

$$S_{adj} = -(DEP_n \cdot dq_{vn} - DEP \cdot dq_v) \frac{m_s}{\Delta t M_o}, \quad (3.51)$$

dq_v je dato jednačinom (2.126). Član dq_{vn} je istog oblika kao dq_v , s tom razlikom što se umesto DEP i CND za njegovo računanje koriste DEP_n i CND_n .

3.5 Jednačina kontinuiteta reagensa

Jednačinu kontinuiteta reagensa, slično jednačini (2.26) možemo napisati kao

$$\frac{\partial(\rho^* X_s)}{\partial t} = \left(u^* \frac{\partial X_s}{\partial \xi} + v^* \frac{\partial X_s}{\partial \eta} + W^{c*} \frac{\partial X_s}{\partial \zeta} \right) + \sqrt{G} D_{X_s} + \sqrt{G} \bar{\rho} S_{X_s} + \sqrt{G} \bar{\rho} S_o. \quad (3.52)$$

Prvi član na desnoj strani $\left(u^* \frac{\partial X_s}{\partial \xi} + v^* \frac{\partial X_s}{\partial \eta} + W^{c*} \frac{\partial X_s}{\partial \zeta} \right)$ je advekcija reagensa, $\sqrt{G} D_{X_s}$ je član turbulentnog mešanja reagensa, S_{X_s} je brzina potrošnje reagensa zbog mikrofizičkih procesa ($\text{kg kg}^{-1} \text{s}^{-1}$) i S_o je član izvora reagensa. Ukupna potrošnja reagensa u jedinici vremena po jedinici mase vazduha je

$$S_{X_s} = S_{bc} + S_{ic} + S_{ph} + S_{csqd} + S_{br} + S_{ir} + S_{int} + S_{adj}. \quad (3.53)$$

Članovi ponora, na desnoj strani jednačine (3.53), su prethodno definisani u ovom poglavlju.

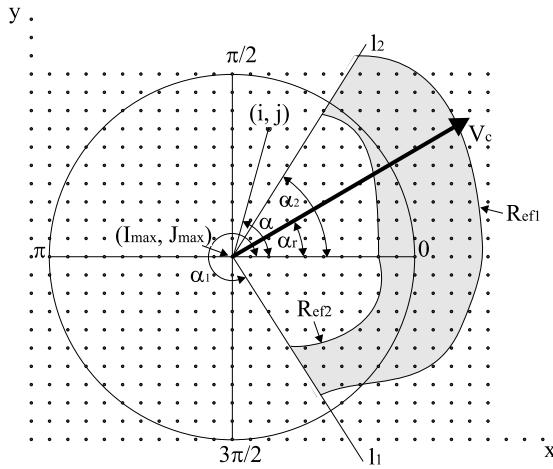
4

NUMERIČKI EKSPERIMENTI

4.1 Način zasejavanja reagensa

U ovom radu reagens je zasejan u deo oblaka koji je po visini ograničen izotermnim površinama T_{bot} i T_{top} , po širini pravcima l_1 i l_2 i po dubini radarskom refleksivnošću R_{ef1} i R_{ef2} , kao što je prikazano na slici (4.1). Zona u kojoj se može izvršiti zasejanje ima oblik kružnog isečka, sa kracima koji se spajaju u tački maksimalne radarske refleksivnosti (I_{max}, J_{max}), a poklapaju se sa pravcima l_1 i l_2 . Pravci l_1 i l_2 odredjeni su na osnovu smera kretanja oblaka. Gledano odozgo, pravac l_2 je zarotiran u levo u odnosu na smer kretanja oblaka za ugao $\Delta\alpha_2$, a pravac l_1 u desno za ugao $\Delta\alpha_1$. Zasejavaju se samo tačke (i, j, k) ove zone u kojima radarska refleksivnost ima vrednost $R_{ef1} < R_{ef}(i, j, k) < R_{ef2}$ i temperatura $T_{bot} > T(i, j, k) > T_{top}$.

Smer kretanja oblaka određen je uglom α_r koji je u modelu definisan na četiri različita načina (slika 4.2). Prvi način ($seedopt = 1$) određuje smer kretanja oblaka iz razlike položaja maksimuma radarske refleksivnosti u aktuelnom vremenskom koraku i vremenskom koraku koji je prethodio aktuelnom za odredjeni period. Obično je taj period bio trideset koraka u vremenu ili dva minuta. Drugi način zasejavanja ($seedopt = 2$) određuje ugao α_r iz vrednosti komponenata brzine vazduha na mestu maksimalne radarske refleksivnosti. Ako je $seedopt = 3$ smer kretanja oblaka je smer kretanja centra mase oblaka. U četvrtom načinu ($seedopt = 4$) zasejavanja referentni ugao α_r je određen iz razlike položaja centra zapremine



Slika 4.1: Šematski prikaz horizontalnog preseka zasejavane oblasti. Oblast je ograničena izolinijama konstantne radarske refleksivnosti R_{refl1} i R_{refl2} i pravcima l_1 i l_2 (osenčeni deo). Tačka sa koordinatama (I_{max}, J_{max}) predstavlja mesto u oblaku sa maksimalnom radarskom refleksivnošću i vektor \mathbf{V}_c je smer kretanja oblaka.

oblasti visoke radarske refleksivnosti u aktuelnom vremenskom koraku i vremenskom koraku koji je prethodio aktuelnom za određeni period. Oblast visoke radarske refleksivnosti je definisana kao zapremina unutar koje se nalazi tačka maksimalne radarske refleksivnosti, a najmanja refleksivnost u ovoj oblasti je za 20 dBZ manja od maksimalne vrednosti.

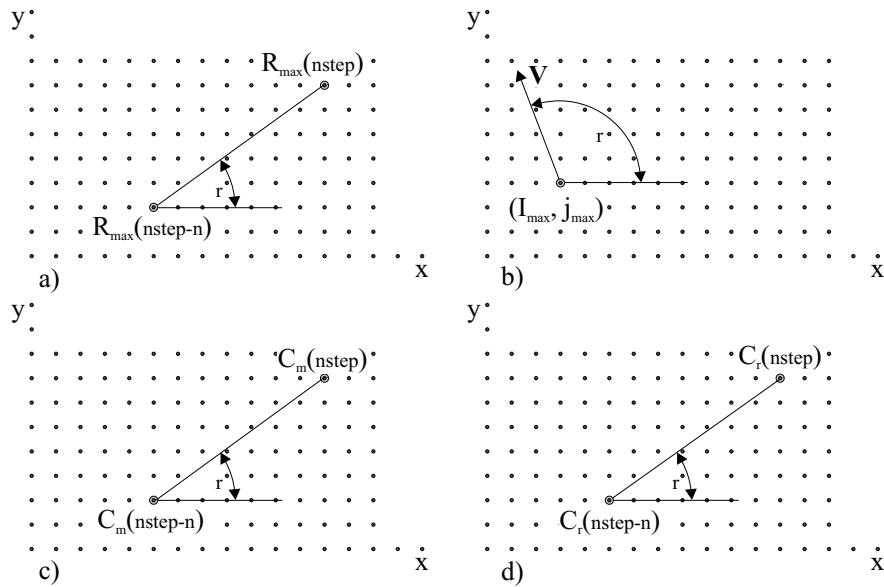
Ako se oblak kretao zasejavana je oblast koja je po visini ograničena izopovršinama T_{bot} i T_{top} , po širini uglovima α_1 i α_2 i po dubini radarskom refleksivnošću R_{refl1} i R_{refl2} . Uglovi α_1 i α_2 su definisani kao $\alpha_1 = \alpha_r - \Delta\alpha_1$ i $\alpha_2 = \alpha_r + \Delta\alpha_2$. U slučaju stacionarnog oblaka zasejavana oblast je definisana uglovima $\alpha_1 = 2\pi$ i $\alpha_2 = 0$.

Kada se zasejavanje vrši prvi put, odnos smeše reagensa u budućem vremenskom koraku u svim tačkama zasejavane oblasti dobija vrednost

$$X_s^{n+1} = X_{sport}, \quad (4.1)$$

a pri svakom sledećem zasejavanju

$$X_s^{n+1} = X_s^n + X_{sport}. \quad (4.2)$$

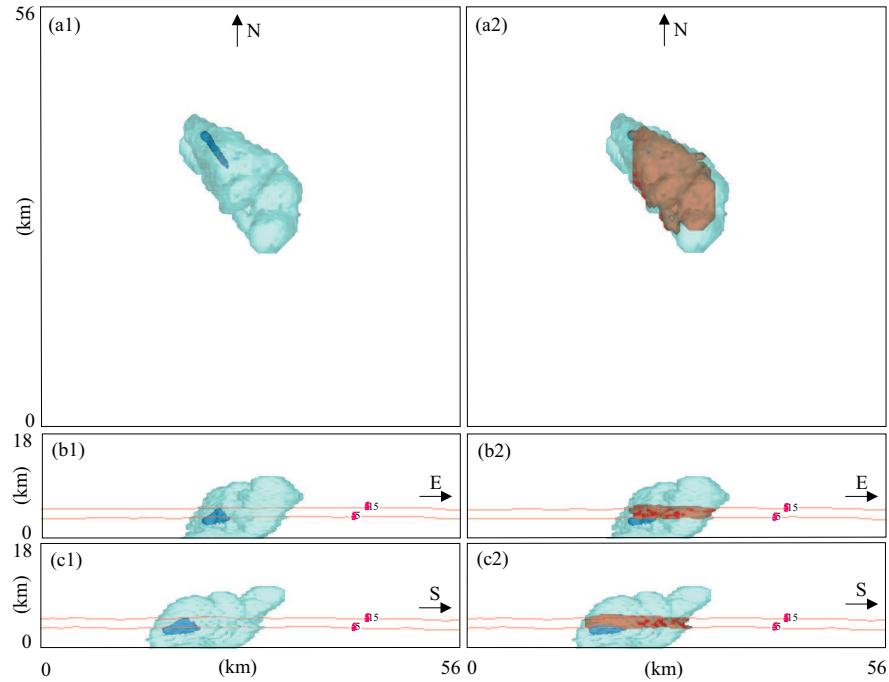


Slika 4.2: Šematski prikaz određivanja smera kretanja oblaka. Smer kretanja je odredjen: a) iz razlike položaja maksimalne vrednosti radarske refleksivnosti u vremenskim koracima nstep i nstep - n (seedopt=1); b) brzinom vazduha u tački maksimalne reflektivnosti (seedopt=2); c) iz razlike položaja centra mase oblaka u vremenskim koracima nstep i nstep - n (seedopt=3) i d) iz razlike položaja centra oblasti visoke radarske refleksivnosti u vremenskim koracima nstep i nstep - n (seedopt=4).

Zasejavanje se ponavlja kada maksimalna $X_{s_{max}}$ ili minimalna $X_{s_{min}}$ vrednost odnosa smeše reagensa u oblasti u kojoj su ispunjeni kriterijumi za zasejavanje, postane manja od neke arbitarne vrednosti $X_{s_{lim}}$. Takodje, zasejavanje se može ponoviti posle isteka definisanog intervala vremena ($tseedinc$) od vremena prethodnog zasejavanja.

Oblast zasejavanja u modelu, u momentu zasejavanja, predstavljena je na slici (4.3). Slike prikazuju pogled: (a) odozgo, (b) sa južne strane i (c) sa zapadne strane. Svetlo plavom bojom prikazana je izopovršina radarske refleksivnosti $R_{ef1} = 1 \text{ dBZ}$, a plavom bojom izopovršina radarske refleksivnosti $R_{ef} = 55 \text{ dBZ}$. Izopovršina odnosa smeše reagensa $X_s = 1 \times 10^{-8} \text{ kgkg}^{-1}$ prikazana je crvenom bojom, na slikama (2). Unutar plave oblasti nalazi se tačka maksimalne radarske refleksivnosti (I_{max}, J_{max}) . Zasejane su tačke u kružnom isečku u kojima je vrednost radarske refleksivnosti izmedju $R_{ef2} = R_{ef_max}$ i $R_{ef1} = 1 \text{ dBZ}$. Leva strana kružnog isečka, gledano odozgo, obrazuje ugao $\Delta\alpha_2 = \pi/6$ sa smerom kretanja oblaka, a desna strana ugao $\Delta\alpha_1 = \pi/2$. Po visini zona zasejavanja je ograničena izotermnim

površinama $T_{bot} = -5^{\circ}\text{C}$ i $T_{top} = -15^{\circ}\text{C}$.

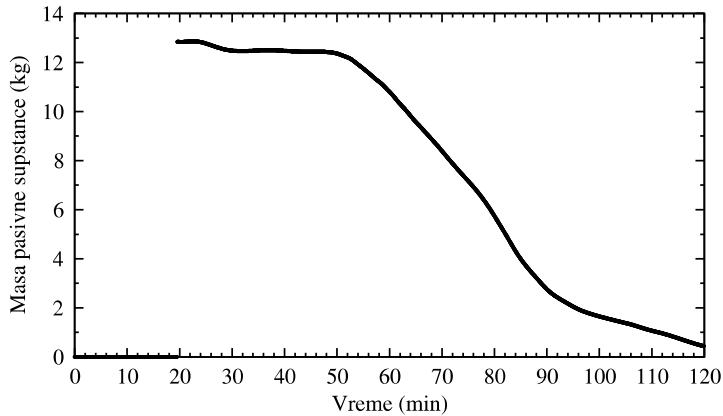


Slika 4.3: Prikaz zasejavane oblasti u momentu zasejavanja bez ucrtanog reagensa (slike 1) i sa ucrtanim reagensom (slike 2), gledano odozgo (slike (a)), sa juga (slike (b)) i sa zapada (slike (c)). Prikazane su izopovršine radarske refleksivnosti $R_{ef1} = 1 \text{ dBZ}$ (svetlo plava boja) i $R_{ef} = 55 \text{ dBZ}$ (plava), izopovršina smeše reagensa $X_s = 1 \times 10^{-8} \text{ kg kg}^{-1}$ (crvena) i izoterme $T_{bot} = -5^{\circ}\text{C}$ i $T_{top} = -15^{\circ}\text{C}$.

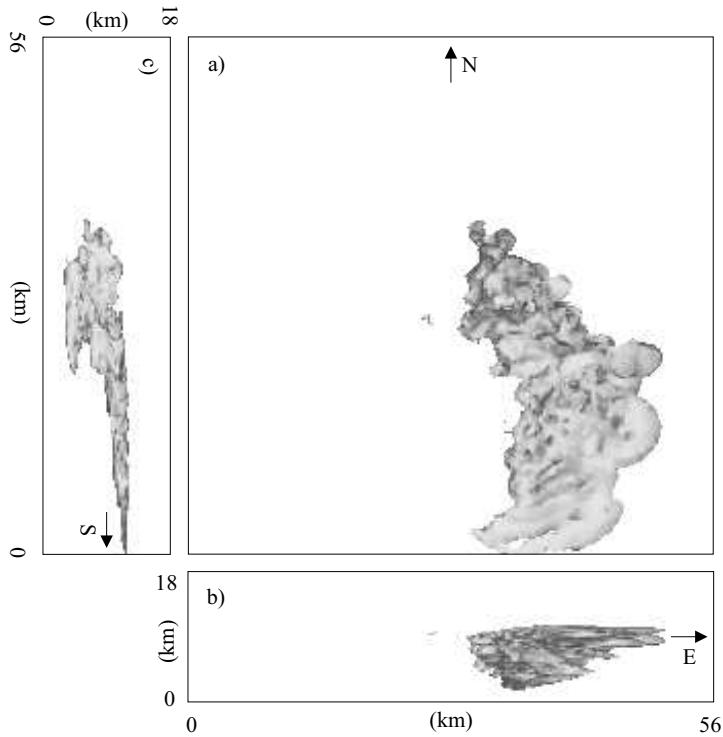
4.2 Održavanje mase pasivne supstance u modelu

U cilju provere konzervativnosti numeričkih šema modela izveden je eksperiment zasejavanja oblaka pasivnom supstancom. Pasivna supstanca (traser) ima iste karakteristike kao reagens, ali ne postoji nikakva interakcija izmedju nje i elemenata oblaka ili vodene pare. Promena sadržaja pasivne supstance u nekoj tački modela vrši se advekcijom i turbulentnim mešanjem, a član ponora ne postoji. U ovom eksperimentu zasejanje je izvršeno ispod baze oblaka u prostoru oblika kružnog isečka širine 120° i dužine 5 km, koji je po visini ograničen izotermnim površima 12°C i 8°C . Traser je zasejan u 19. minutu integracije, kada je maksimalna refleksivnost dostigla vrednost $R_{ef,st} = 55 \text{ dBZ}$. Odnos smeše pasivne supstance bio je

$X_{s_{port}} = 10^{-9} \text{ kgkg}^{-1}$. Masa pasivne supstance sumirana po celoj oblasti integracije u funkciji vremena prikazana je na slici (4.4).



Slika 4.4: Uкупna masa pasivne supstance u oblasti modela u funkciji vremena integracije.



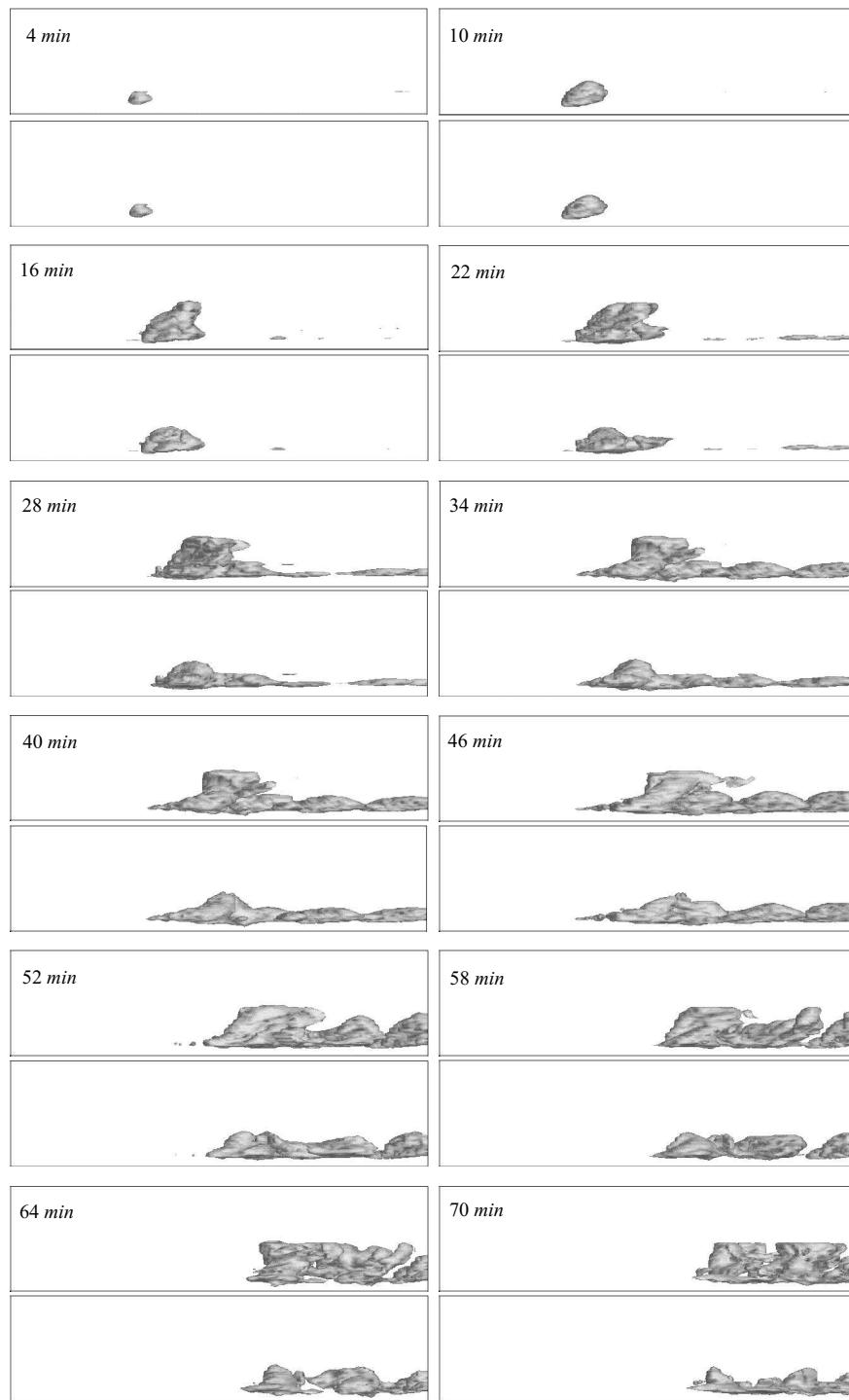
Slika 4.5: Izgled polja pasivne supstance u 48 minutu integracije: a) posmatrano odozgo; b) posmatrano sa juga; c) posmatrano sa zapada.

Može se zapaziti da se ukupna masa odlično održava sve do pedesetog minuta, kada traser počinje da izlazi iz oblasti integracije. Izgled polja trasera u tom trenutku prikazan je na slici (4.5).

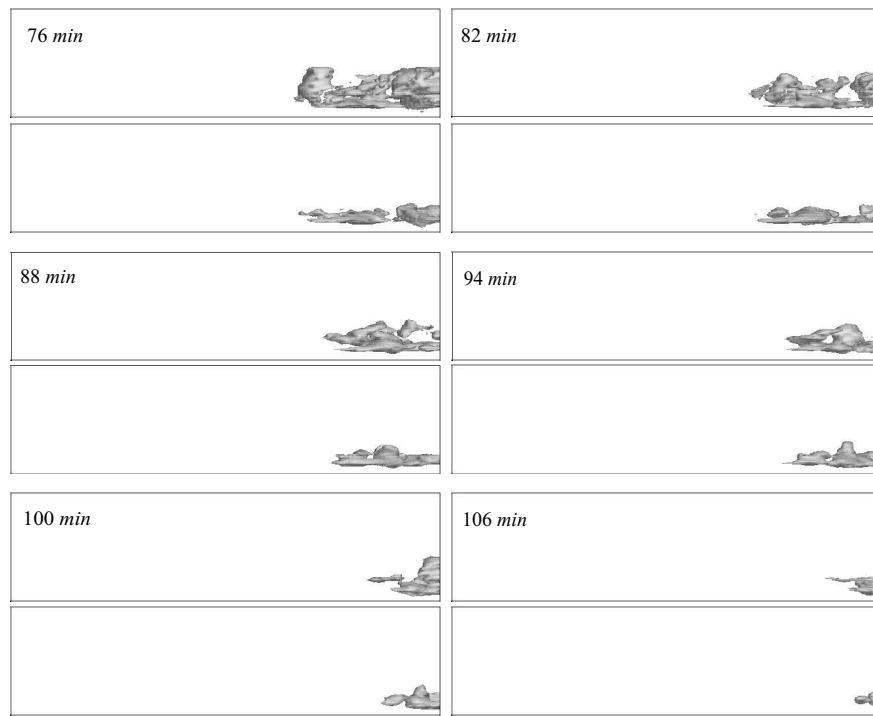
4.3 Uticaj zasejavanja na polja oblačnih elemenata

U ovom potpoglavlju biće prikazana evolucija polja oblačne vode, oblačnog leda, kišne vode, grada i snega u nezasejavanom (kontrolnom) oblaku i u slučaju kada je oblak zasejan. Kriterijumi za zasejavanje u ovom eksperimentu (A1) su: sa zasejavanjem se počinje kada maksimalna radarska refleksivnost dostigne vrednost $R_{efst} = 25 \text{ dBZ}$, zasejavana je kompletna oblast u kojoj je radarska refleksivnost veća od jedinice i u kojoj je temperatura izmedju -5°C i -15°C . Zasejavanje je ponavljano u trenutku kada minimalna vrednost odnosa smeše reagensa, u oblasti u kojoj su ispunjeni uslovi za zasejavanje, postane manja od stotog dela početnog odnosa smeše reagensa ($X_{s_{min}} < 0.01 \times X_{s_{port}}$). Zasejavanje je prvi put izvršeno u 428. sekundu integracije, a početna vrednost odnosa smeše reagensa, u svim tačkama u kojima su ispunjeni kriterijumi za zasejavanje, bila je $X_{s_{port}} = 10^{-7} \text{ kgkg}^{-1}$. Do kraja integracije reagens je zasejan 228 puta, a masa ukupno ubačenog reagensa bila je $7.14 \times 10^{-6} \text{ kg}$. Na slikama (4.6 i 4.7) prikazana je evolucija polja oblačne vode u nezasejavanom i u zasejavanom oblaku u vremenskom intervalu od 6 minuta, od četvrtog do 106. minuta. Prikazane su izopovršine odnosa smeše oblačne vode čija je vrednost $q_c = 0.1 \text{ gkg}^{-1}$. U manjim, uokvirenim slikama, u kojima je upisano vreme, prikazana je evolucija u nezasejavanom, a u uokvirenim slikama neposredno ispod njih u zasejavanom oblaku. Sve slike prikazuju odgovarajuće polje gledano sa južne strane oblasti. Počev od 16. minuta polje oblačne vode u zasejavanom je značajno manje od odgovarajućeg polja u nezasejavanom oblaku. To je naročito izraženo u gornjim, hladnjim delovima u kojima je aktivnost reagensa veća.

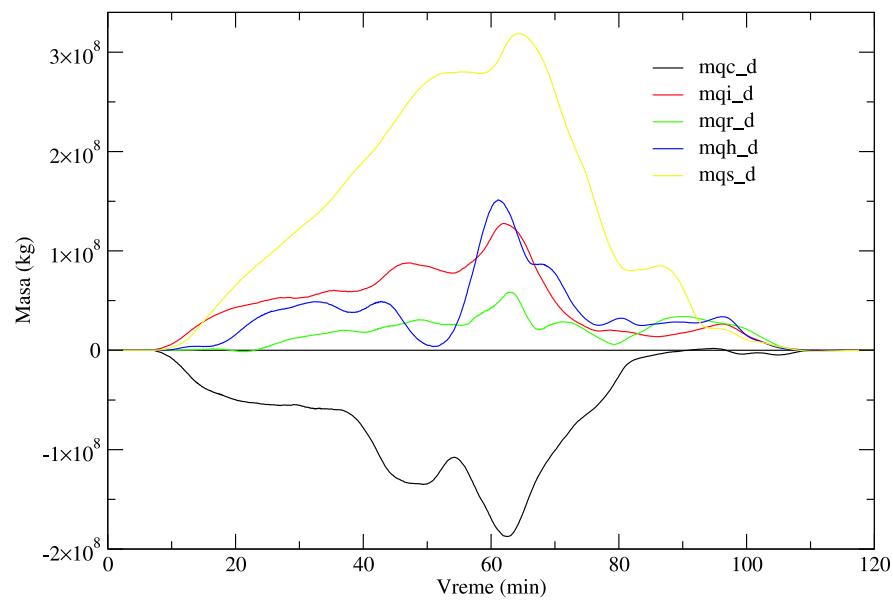
Na slici (4.8) je prikazana razlika ukupne mase u oblasti modela, za sve oblačne elemente pojedinačno, u eksperimentu A1 i kontrolnom eksperimentu, u funkciji vremena. Ukupna masa oblačne vode u zasejavanom slučaju se, neposredno posle početka zasejavanja, smanjuje u odnosu na kontrolni, nezasejavani slučaj. Najveće smanjenje je u 63. minuti i iznosi $1.87 \times 10^{-8} \text{ kgkg}^{-1}$. Od 91. do 97. minuta javlja se neznatno povećanje, a od 108. minuta razlike praktično ne postoje.



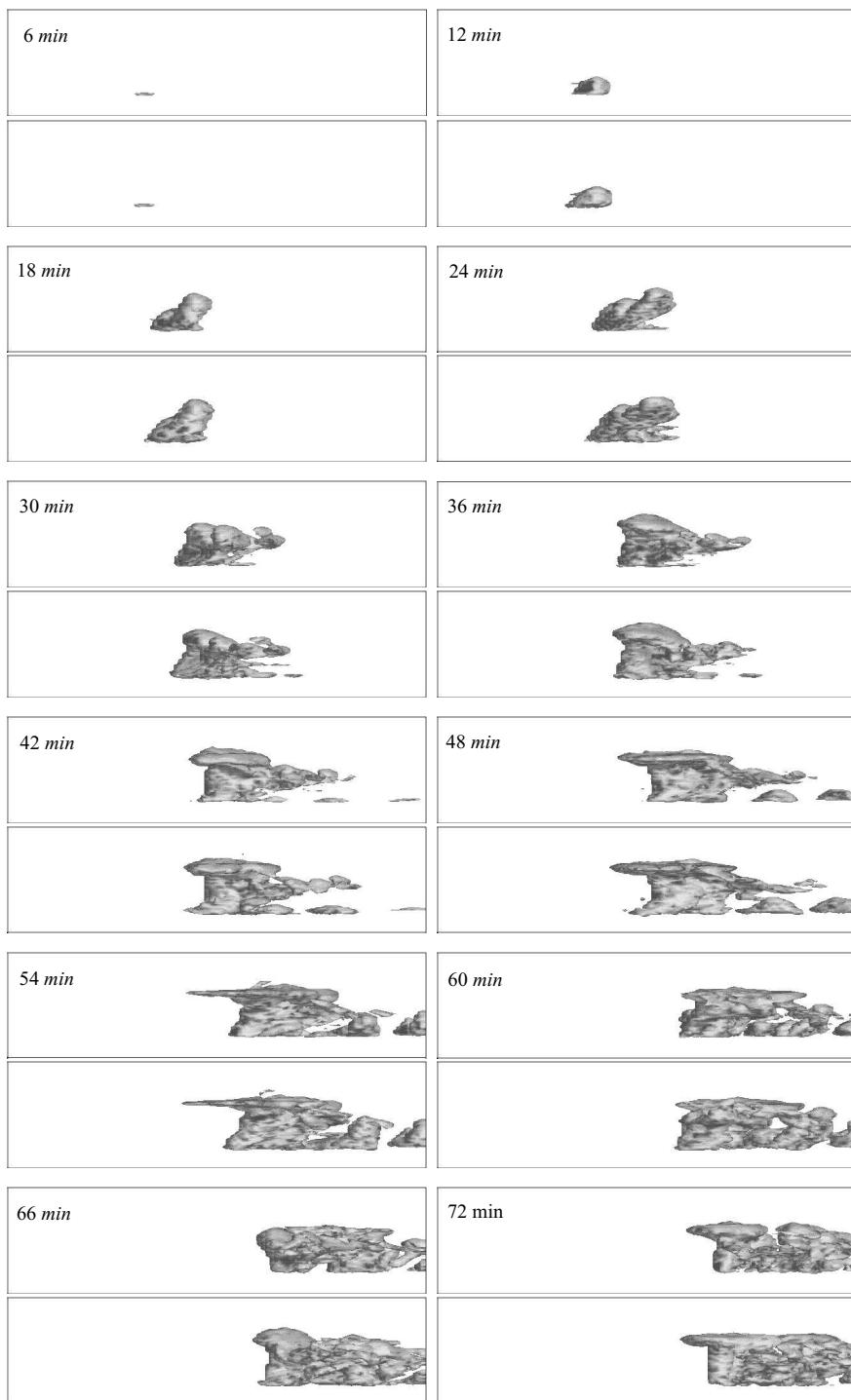
Slika 4.6: Evolucija polja oblačne vode u kontrolnom i u zasejavanom oblaku, posmatrano sa južne strane oblasti integracije. Prikazane su izopovršine $q_c = 0.1 \text{ gkg}^{-1}$. Na manjim slikama, u kojima je upisano vreme integracije, prikazan je kontrolni eksperiment, a na odgovarajućim slikama ispod eksperiment u kojem je vršeno zasejavanje.



Slika 4.7: Nastavak slike (4.6).



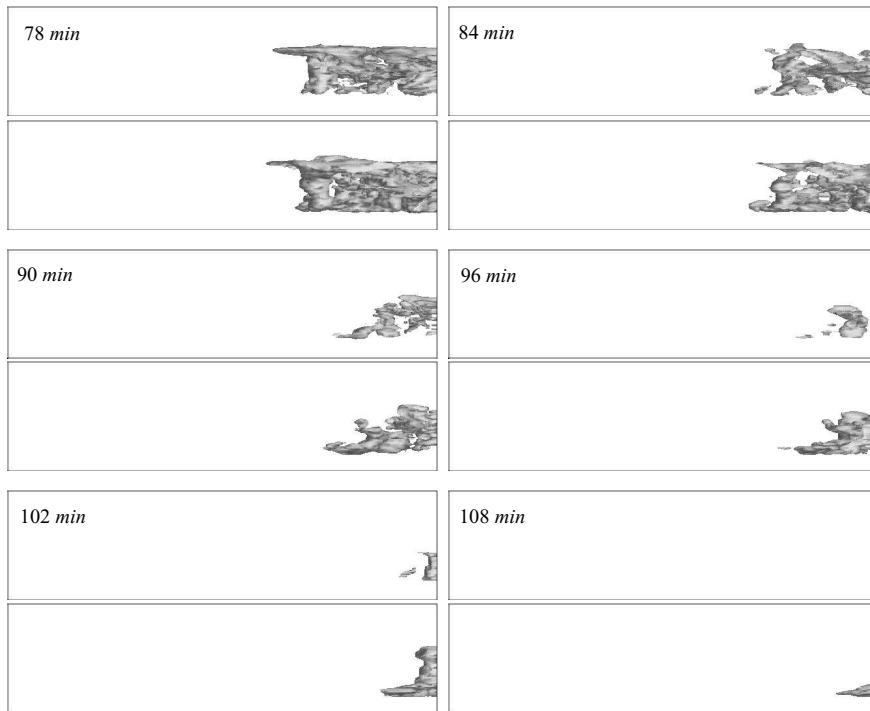
Slika 4.8: Razlika ukupne mase u oblasti integracije, za sve oblačne elemente pojedinačno, u eksperimentu A1 i kontrolnom eksperimentu, u funkciji vremena.



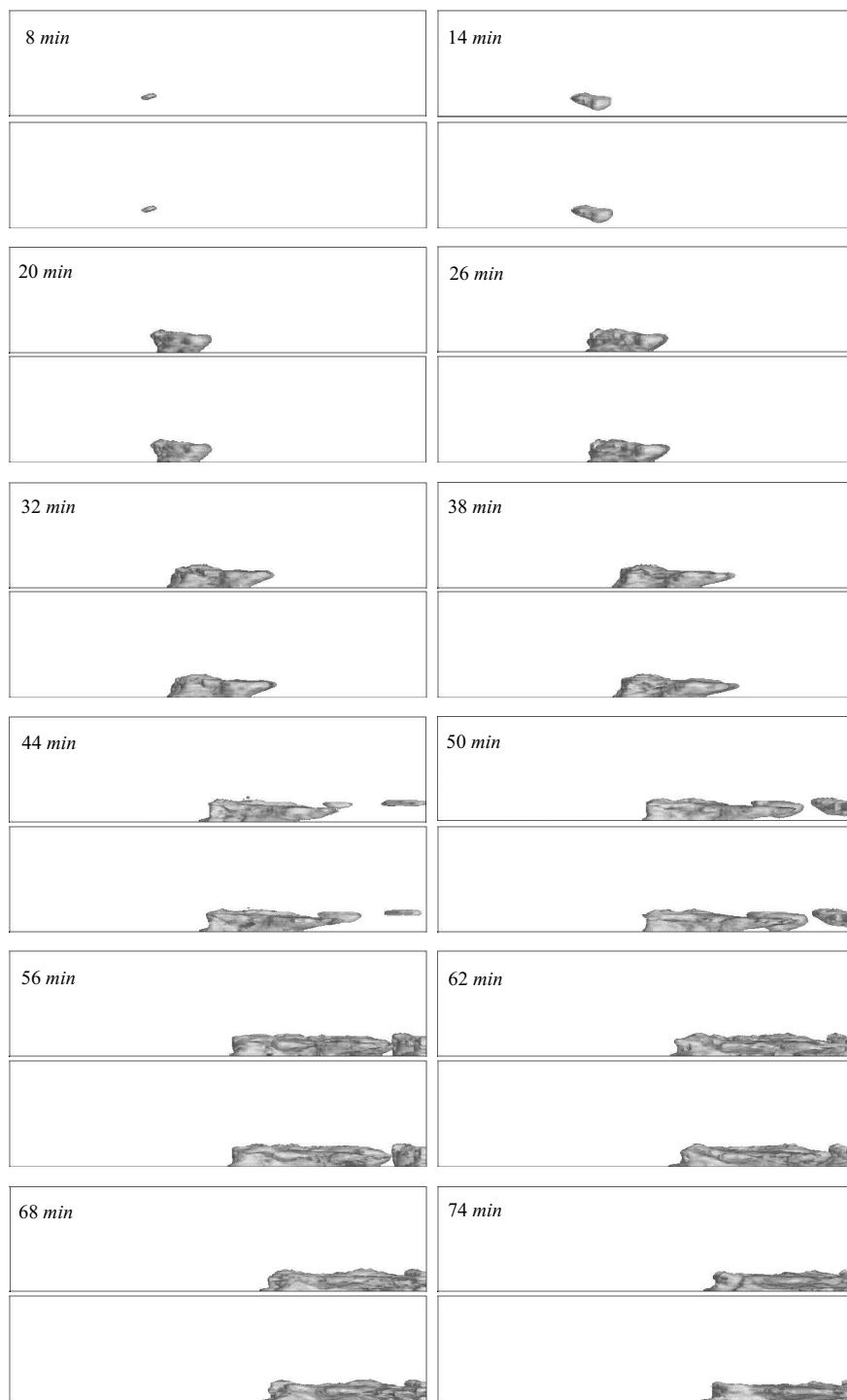
Slika 4.9: Evolucija polja oblačnog leda u kontrolnom i u zasejavanom oblaku, posmatrano sa južne strane oblasti integracije. Prikazane su izopovršine $q_i = 0.02 \text{ gkg}^{-1}$. Na manjim slikama, u kojima je upisano vreme integracije, prikazan je kontrolni eksperiment, a na odgovarajućim slikama ispod eksperiment u kojem je vršeno zasejavanje.

Evolucija polja oblačnog leda u zasejavanom i kontrolnom slučaju predstavljena je na slikama (4.9 i 4.10). Prikazane su izopovršine odnosa smeše oblačnog leda koje imaju vrednost $q_i = 0.02 \text{ gkg}^{-1}$. Na ovim slikama se može videti da je količina oblačnog leda veća u zasejavanom nego u nezasejavanom slučaju u svim terminima od početka do kraja integracije. Najveća razlika u ukupnoj masi oblačnog leda izmedju eksperimenta sa zasejavanjem i kontrolnog eksperimenta je $1.28 \times 10^8 \text{ kg}$ u 62. minuti.

Izgled polja kišne vode na svakih 6 minuta, u vremenu od 8. do 110. minuta integracije, prikazan je na slikama (4.11 i 4.12). Oblik izopovršina $q_r = 0.1 \text{ gkg}^{-1}$ u zasejavanom i u kontrolnom slučaju se praktično ne razlikuje do 38. minuta. U 44. i 50. minutu se uočava povećanje količine kišne vode u zasejavanom slučaju, a razlike u ovim poljima do kraja integracije su vrlo male. Sa slike (4.8) može se zapaziti da zasejavanje u prvih desetak minuta, sve do 23. minuta, vrlo malo menja ukupnu masu kišne vode u domenu. Nakon ovog vremena, pa sve do 107. minuta ukupna masa kišne vode se povećava. Najveća razlika je u 63. minutu i iznosi $5.84 \times 10^7 \text{ kg}$.



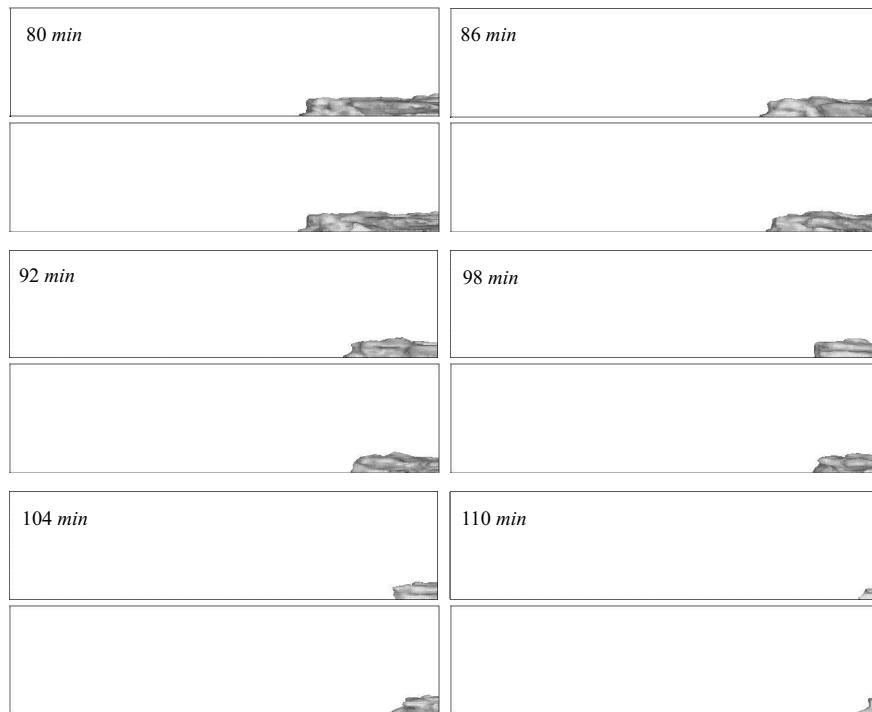
Slika 4.10: Nastavak slike (4.9).



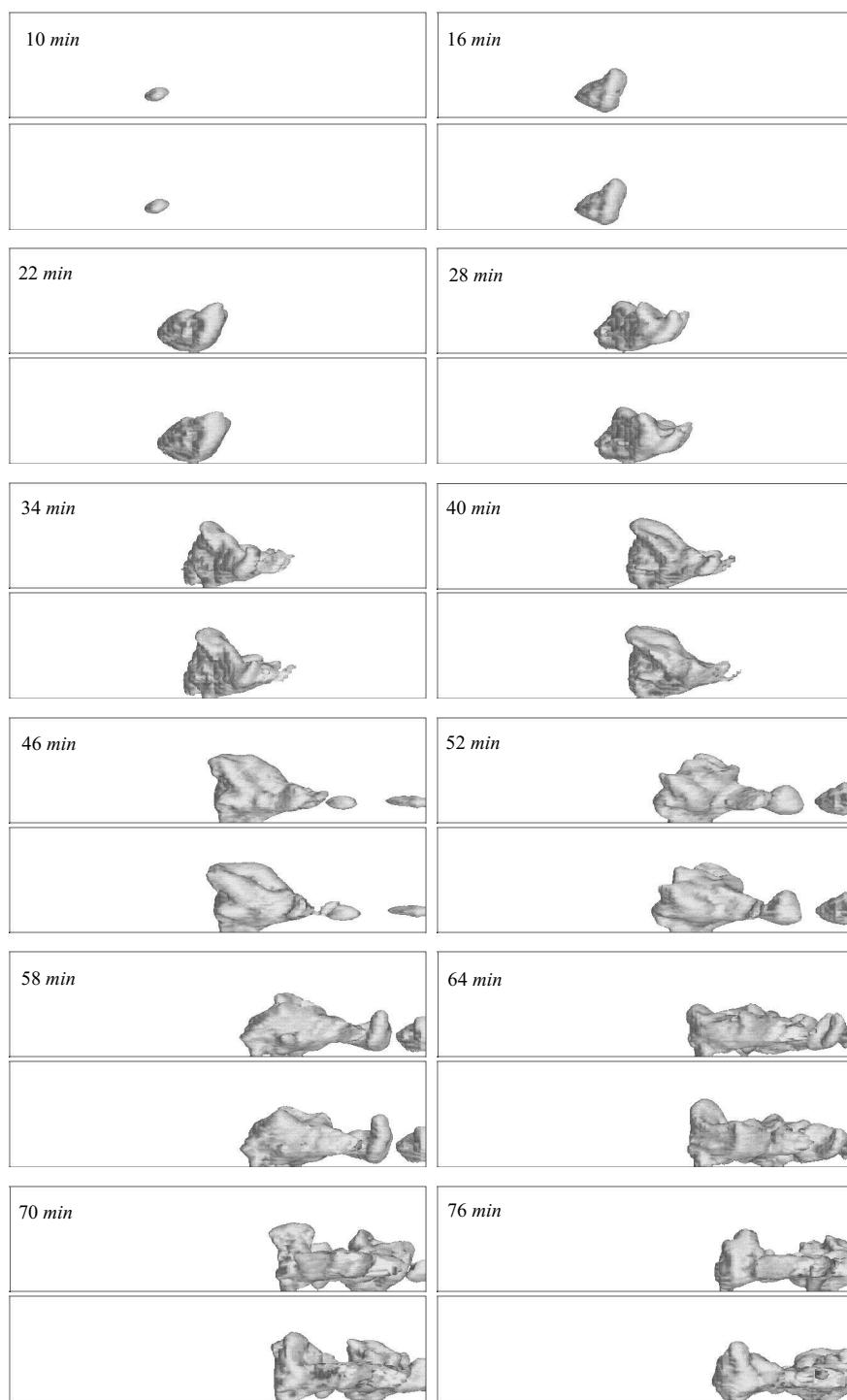
Slika 4.11: Evolucija polja kišne vode u kontrolnom i u zasejavanom oblaku, posmatrano sa južne strane oblasti integracije. Prikazane su izopovršine $q_r = 0.1 \text{ gkg}^{-1}$. Na manjim slikama, u kojima je upisano vreme integracije, prikazan je kontrolni eksperiment, a na odgovarajućim slikama ispod eksperiment u kojem je vršeno zasejavanje.

Na slikama (4.13 i 4.14) prikazana je evolucija polja grada u zasejavanom i u kontrolnom slučaju. Izgled izopovršina $q_h = 0.1 \text{ gkg}^{-1}$, je vrlo sličan, a znatnije razlike se mogu uočiti u vremenu od 58. do 82. minuta, gde se uočava povećanje izopovršina grada u zasejavanom slučaju. Ukupna masa grada je u zasejavanom slučaju uvek veća od odgovarajuće mase grada u nezasejavanom slučaju, što se može videti na slici (4.8). Najveća razlika je $1.51 \times 10^8 \text{ kg}$ u 61. minutu, a najmanja $3.67 \times 10^6 \text{ kg}$ u 51. minutu.

Evolucija polja snega prikazana je na slikama (4.16 i 4.17). Predstavljene su izopovršine $q_s = 0.1 \text{ gkg}^{-1}$. Zbog zasejavanja je došlo do povećanja količine snega, što se može uočiti po obliku izopovršina u vremenu od 20. do 92. minuta. Razlika u ukupnoj količini snega u eksperimentu sa zasejavanjem i kontrolnom eksperimentu je pozitivna, od početka zasejavanja pa do 108. minuta, kada je negativna, ali vrlo mala po apsolutnoj vrednosti. Maksimalna razlika ukupne mase snega u oblasti integracije je $3.18 \times 10^8 \text{ kg}$ u 64. minutu.

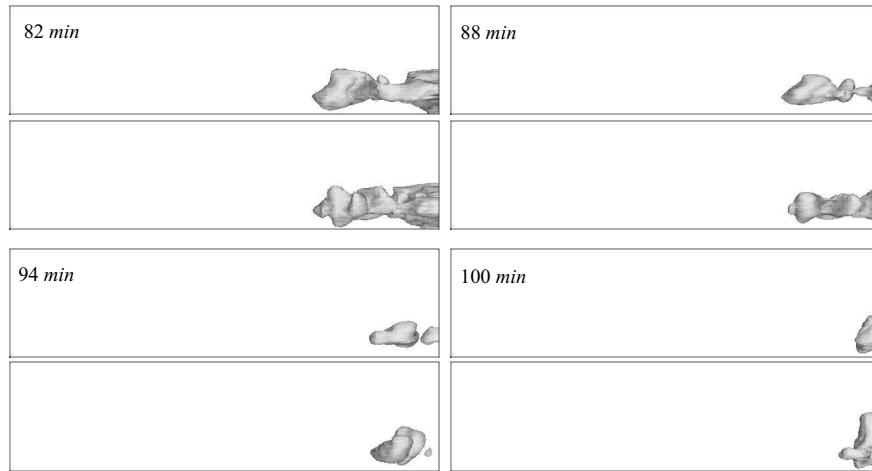


Slika 4.12: Nastavak slike (4.11).

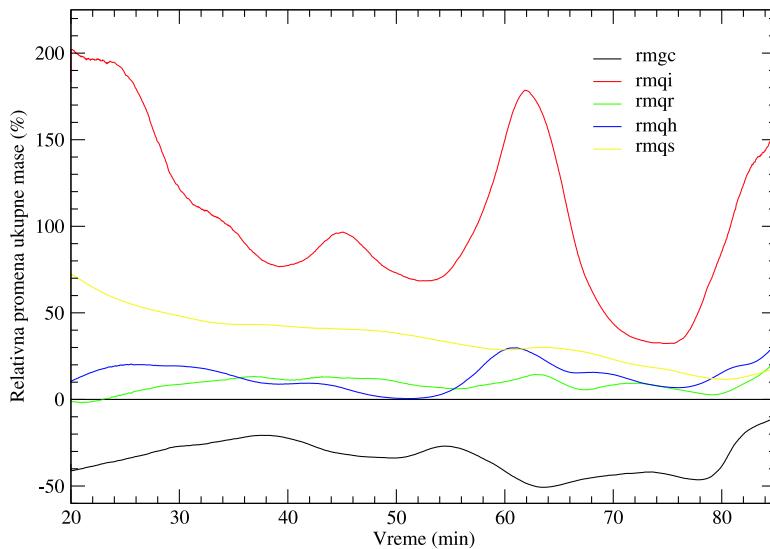


Slika 4.13: Evolucija polja grada u kontrolnom i u zasejavanom oblaku, posmatrano sa južne strane oblasti integracije. Prikazane su izopovršine $q_h = 0.1 \text{ gkg}^{-1}$. Na manjim slikama, u kojima je upisano vreme integracije, prikazan je kontrolni eksperiment, a na odgovarajućim slikama ispod eksperiment u kojem je vršeno zasejavanje.

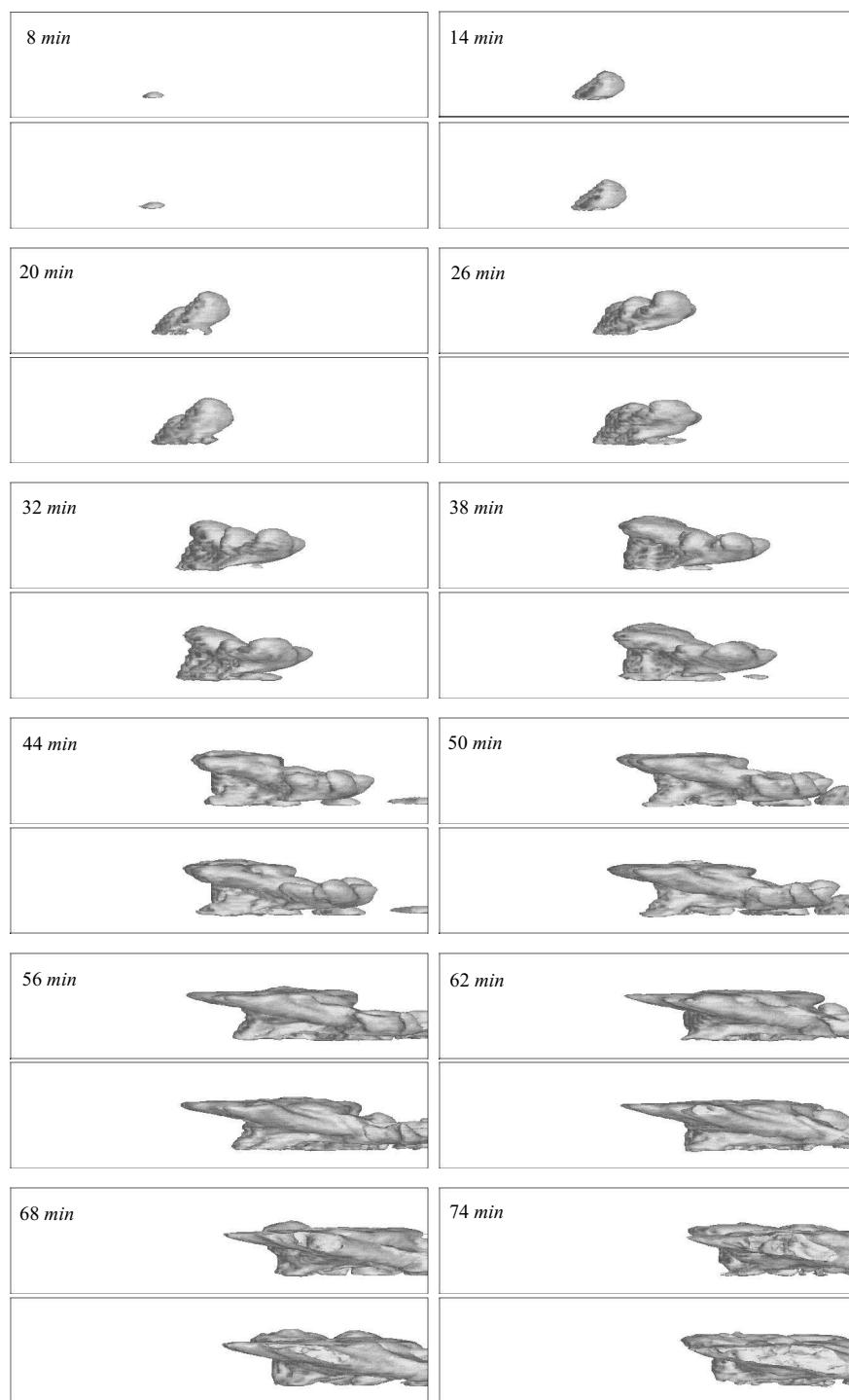
Sa slike (4.8) vidimo da se u absolutnom iznosu, kao posledica zasejavanja, najviše poveća ukupna masa snega, zatim redom, oblačnog leda, grada i kišne vode, a da se ukupna masa oblačne vode smanji. Međutim, najveće relativno povećanje ima oblačni led. Relativno povećanje mase oblačnih elemenata u odnosu na odgovarajuću masu u nezasejavanom oblaku prikazano je na slici (4.15).



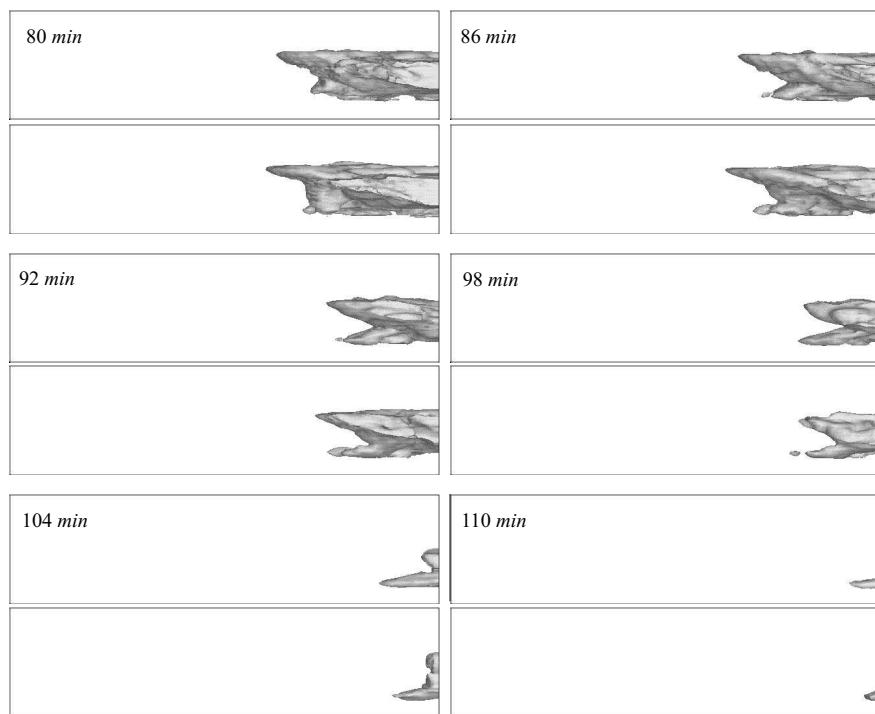
Slika 4.14: Nastavak slike (4.13).



Slika 4.15: Relativna promena ukupne mase u oblasti integracije, za sve oblačne elemente pojedinačno.



Slika 4.16: Evolucija polja snega u kontrolnom i u zasejavanom oblaku, posmatrano sa južne strane oblasti integracije. Prikazane su izopovršine $q_s = 0.2 \text{ g kg}^{-1}$. Na manjim slikama, u kojima je upisano vreme integracije, prikazan je kontrolni eksperiment, a na odgovarajućim slikama ispod eksperiment u kojem je vršeno zasejavanje.



Slika 4.17: Nastavak slike (4.16).

4.4 Promena količine padavina kao posledica zasejavanja

4.4.1 Promena ukupne količine padavina

Jedna od važnijih posledica zasejavanja oblaka je promena ukupne količine padavina na tlu. U cilju testiranja ovih promena uradjeno je više numeričkih eksperimenata, u kojima je menjana količina ubačenog reagensa, kao i način zasejavanja. Neki od dobijenih rezultata i karakteristike zasejavanja prikazani su u tabeli (4.1).

Tabela 4.1: Karakteristike eksperimenta i relativna promena količine padavina.

test	X_{s_port} (kg/kg)	R_{ef1} (dBZ)	R_{ef2} (dBZ)	T_{bot} (°C)	T_{top} (°C)	R_{ef_st} (dBZ)	$\Delta\alpha$ (rad)	lim	pcr (%)	pch (%)	pcp (%)
A1	10^{-7}	1	85	-5	-15	25	π	0.01	8.75	-6.25	8.12
A2	10^{-8}	1	85	-5	-15	25	π	0.01	8.48	-1.81	8.05
A3	10^{-9}	1	85	-5	-15	25	π	0.01	8.09	8.47	8.11
A4	10^{-10}	1	85	-5	-15	25	π	0.01	4.20	8.40	4.38
A5	10^{-11}	1	85	-5	-15	25	π	0.01	0.92	2.20	0.97
A6	10^{-14}	1	85	-5	-15	25	π	0.01	-0.05	-0.08	-0.05
B1	10^{-7}	1	45	-8	-12	25	$\frac{\pi}{3}$	0.01	8.71	11.69	8.84
B3	10^{-9}	1	45	-8	-12	25	$\frac{\pi}{3}$	0.01	4.73	9.20	4.92
B4	10^{-10}	1	45	-8	-12	25	$\frac{\pi}{3}$	0.01	1.25	2.86	1.31
B5	10^{-11}	1	45	-8	-12	25	$\frac{\pi}{3}$	0.01	0.01	0.55	0.11
C1	10^{-7}	1	85	-5	-15	5	$\frac{\pi}{3}$	-.-	8.43	-6.61	8.07
C2	10^{-7}	1	85	-5	-15	25	$\frac{\pi}{3}$	-.-	7.52	-1.37	7.14
C3	10^{-7}	1	85	-5	-15	60	$\frac{\pi}{3}$	-.-	8.35	3.87	8.16
D1	10^{-7}	1	85	-5	-15	25	π	0.01	7.81	-4.23	7.30
D3	10^{-9}	1	85	-5	-15	25	π	0.01	6.13	6.59	6.15
D5	10^{-11}	1	85	-5	-15	25	π	0.01	-0.02	0.22	-0.01
E1	10^{-7}	1	85	-5	-15	25	π	0.01	9.55	-7.10	8.85
E3	10^{-9}	1	85	-5	-15	25	π	0.01	9.38	9.84	9.40
E5	10^{-11}	1	85	-5	-15	25	π	0.01	0.53	0.98	0.54
N1	10^{-7}	1	85	-5	-15	25	π	0.01	8.52	-5.23	7.94
F1	10^{-7}	1	85	-5	-15	25	π	0.01	13.38	18.70	13.59
R1	10^{-9}	25	45	-4	-12	45	$\frac{\pi}{3}$	-.-	2.17	5.44	2.31

U tabeli (4.1) relativne promene kišnih padavina, padavina grada i ukupnih padavina, u odnosu na kontrolni eksperiment, obeležene su sa pcr, pch i pcp i date su u procentima. U svim eksperimentima A i B je, zbog zasejavanja, došlo do povećanja kišnih padavina, osim

u eksperimentu A6, gde je došlo do beznačajnog smanjenja, koje je u granicama greške zbog računskog odsecanja. Relativno povećanje kišnih padavina je raslo sa povećanjem količine ubačenog reagensa i ima najveću vrednost 8.75% u eksperimentu A1. Padavine grada su smanjene u eksperimentima A1 i A2. U eksperimentu A1 ovo smanjenje iznosi -6.25%. U ostalim eksperimentima tipa A i B došlo je do povećanja padavina grada, a najveće vrednosti su 8.47% u eksperimentu A2 i 11.69% u eksperimentu B1. Treba primetiti da se promena znaka relativne promene padavina grada, u eksperimentima A, dogadja kada se odnos smeše reagensa, kojim se vrši zasejavanje, promeni sa $10^{-8} \text{ kgkg}^{-1}$ na $10^{-9} \text{ kgkg}^{-1}$.

U eksperimentima tipa C zasejavana oblast bila je definisana na isti način kao u eksperimentima B tipa. Početak zasejavanja je bio u vremenskom koraku u kojem je radarska refleksivnost postala veća od 5 dBZ (5.26 min) u eksperimentu C1, 25 dBZ (7.13 min) u eksperimentu C2 i 60 dBZ (18.86 min) u eksperimentu C3. Zasejavanje je ponavljano posle jednog minuta, a ukupan broj zasejavanja bio je ograničen na 50. Relativna promena padavina grada bila je od -6.61% u eksperimentu C1 do 8.35% u eksperimentu C2, a relativna promena količine kišnih padavina bila je veća od 7.5% u svim eksperimentima. Ovi rezultati pokazuju da raniji početak zasejavanja uzrokuje smanjenje padavina grada, a nema veliki uticaj na promenu padavina kiše.

Eksperimenti D se razlikuju od odgovarajućih eksperimenta A samo po tome što su korišćene DeMott-ove krive za izračunavanje aktivnosti reagensa. Efekti zasejavanja u ovim eksperimentima su nešto manji nego u eksperimentima A, a manja je i količina utrošenog reagensa.

U eksperimentima tipa E, u procesu podešavanja prezasićene vodene pare, umesto $n_{cmax} = n_c(-35^\circ\text{C})$ korišćena je vrednost $n_{cmax} = n_c(-30^\circ\text{C})$. Na ovaj način smanjena je koncentracija ukupnog broja aktivnih depozicionih nukleusa leda (prirodni nukleusi i reagens), pri kojoj bi se sav višak vodene pare deponovao na oblačni led. Ovi eksperimenti su po svemu ostalom isti kao odgovarajući eksperimenti tipa A. U eksperimentu E1 relativno povećanje padavina kiše je 9.55%, a smanjenje padavina grada -7.1%. U eksperimentu E3 relativne promene kišnih padavina i padavina grada su 9.38% i 9.84%. Ove promene su veće od odgovarajućih promena u eksperimentima A1 i A3, a povećani su i količina utrošenog reagensa i broj zasejavanja. U eksperimentu E5 relativne promene padavina kiše i grada su pozitivne i manje su od promena u eksperimentu A5.

Eksperiment N1 se razlikuje od eksperimenta A1 po tome što nije uzet u obzir uticaj koji

ima reagens na proces podešavanja zasićene vodene pare, oblačnog leda i oblačne vode. Zbog toga se zaseje nešto manje reagensa, ali se smanje i efekti zasejavanja.

Kada se u procesu podešavanja deo molekula prezasićene vodene pare, koji se deponuju na oblačni led, definiše jednačinom

$$DEP = \begin{cases} 0, & T \geq T_o \\ \frac{n_c(T)}{n_c(T_{oo})}, & T_{oo} < T < T_o \\ 1, & T \leq T_{oo} \end{cases}, \quad (4.3)$$

umesto izrazom (2.114), u modelu dolazi do formiranja oblaka koji ima mnogo više prehlađene oblačne vode, posebno na višim temperaturama. Broj prirodnih nukleusa leda $n_c(T)$, koji su aktivni na temperaturi T , dat je jednačinom (2.102). U eksperimentu F1 vršeno je zasejavanje takvog oblaka. Relativno povećanje količine padavina kiše bilo je 13.38%, a padavina grada 18.7%. Količina utrošenog reagensa i broj ponavljanja zasejavanja su nešto veći u odnosu na eksperiment A1.

Tabela 4.2: Ukupna masa zasejanog reagensa i broj ponavljanja zasejavanja.

test	$M_{X_s}(kg)$	nmbr	test	$M_{X_s}(kg)$	nmbr
A1	7.14×10^6	228	C2	8.28×10^5	50
A2	7.56×10^5	253	C3	1.20×10^6	50
A3	1.26×10^5	456	D1	6.84×10^6	224
A4	1.24×10^4	486	D3	1.14×10^5	418
A5	1.22×10^3	493	D5	1.20×10^3	483
A6	1.4	496	E1	8.11×10^6	246
B1	1.77×10^6	234	E3	1.29×10^5	489
B3	2.37×10^4	319	E5	1.22×10^3	536
B4	2.73×10^3	382	N1	6.88×10^6	222
B5	2.55×10^2	365	F1	7.54×10^6	234
C1	7.57×10^5	50	R1	1.23×10^3	34

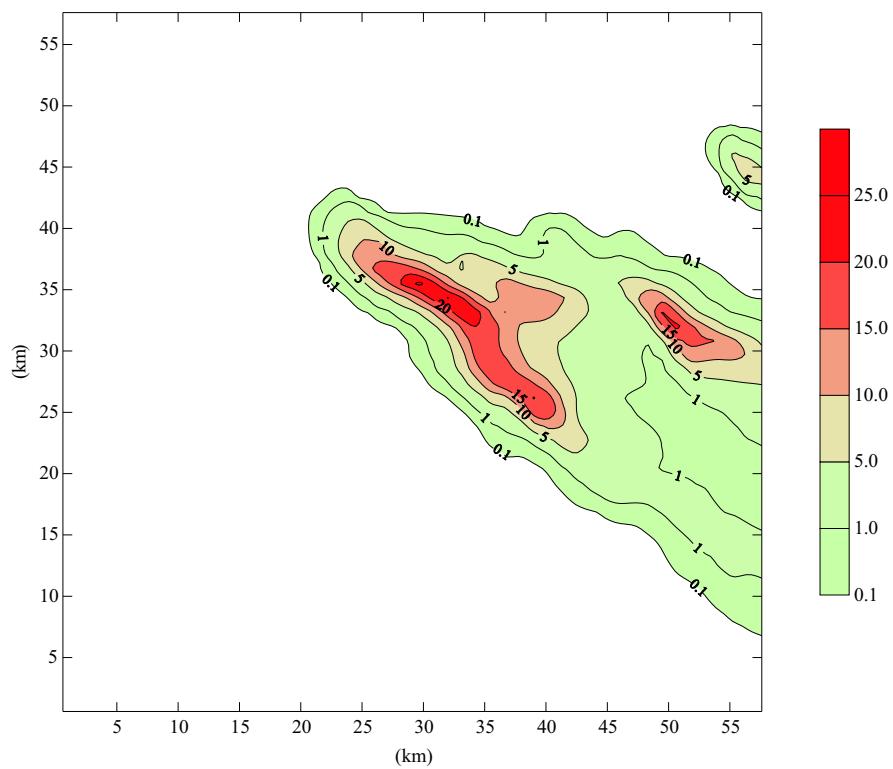
U eksperimentu R1 reagens je zasejan po metodologiji koja se operativno primenjuje u Republičkom hidrometeorološkom zavodu Srbije (Radmanovac, 2003). Zasejavana je oblast u kojoj je radarska refleksivnost imala vrednost od 25 dBZ do 45 dBZ, a temperatura od -4°C do -12°C . Širina zone zasejavanja bila je 120° , a njena leva strana, gledano odozgo, bila je zarotirana 30° u levo od smera kretanja oblaka. Pri svakom zasejavanju vrednost odnosa

smeše reagensa, u zasejanoj oblasti, je povećavana za 10^{-9}kgkg^{-1} . Zasejavanje je ponavljano 34 puta, a interval izmedju zasejavanja bio je jedan minut. Pri tom je utrošeno $1.23 \times 10^3\text{kg}$ reagensa. Relativna promena količine kišnih padavina bila je 2.17%, a padavina grada 5.44%.

Ukupna masa zasejanog reagensa (M_{X_s}) i broj ponavljanja zasejavanja ($nmbr$) prikazani su u tabeli (4.2). U eksperimentima istog tipa, ukupna masa ubaćenog reagensa povećavala se sa porastom odnosa smeše reagensa kojim je vršeno zasejavanje, a broj ponavljanja zasejavanja se pri tome smanjivao.

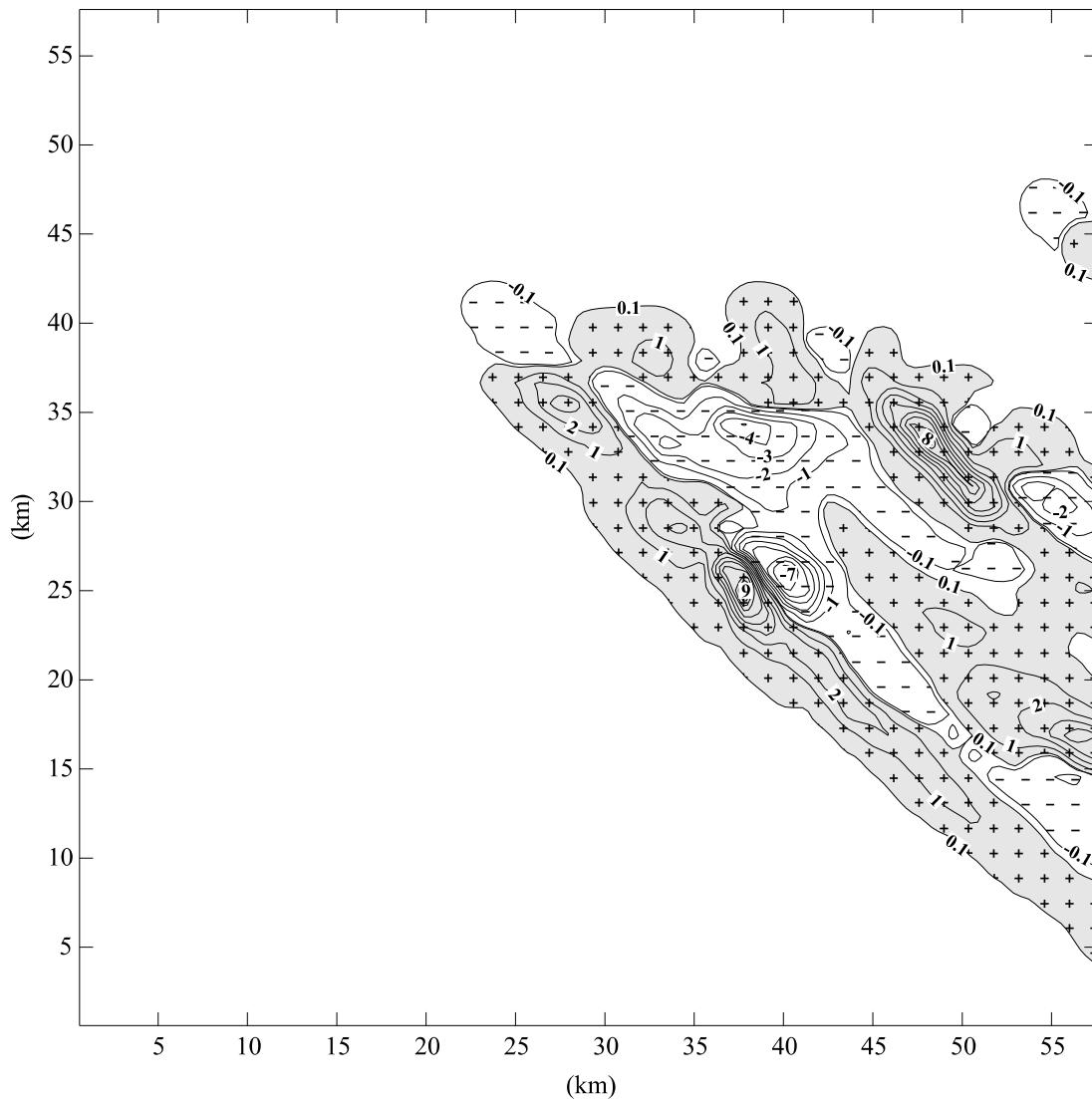
4.4.2 Promena prostorne raspodele količine padavina

Prostorna raspodela ukupnih padavina u kontrolnom eksperimentu prikazana je na slici (4.18). Maksimalna vrednost ukupnih padavina, po kvadratnom metru, bila je 27.7 mm, kišnih padavina 26.3 mm i padavina grada 3.7 mm.



Slika 4.18: Ukupna količina padavina (kiša i grad) u toku dva sata integracije u kontrolnom eksperimentu, data u milimetrima.

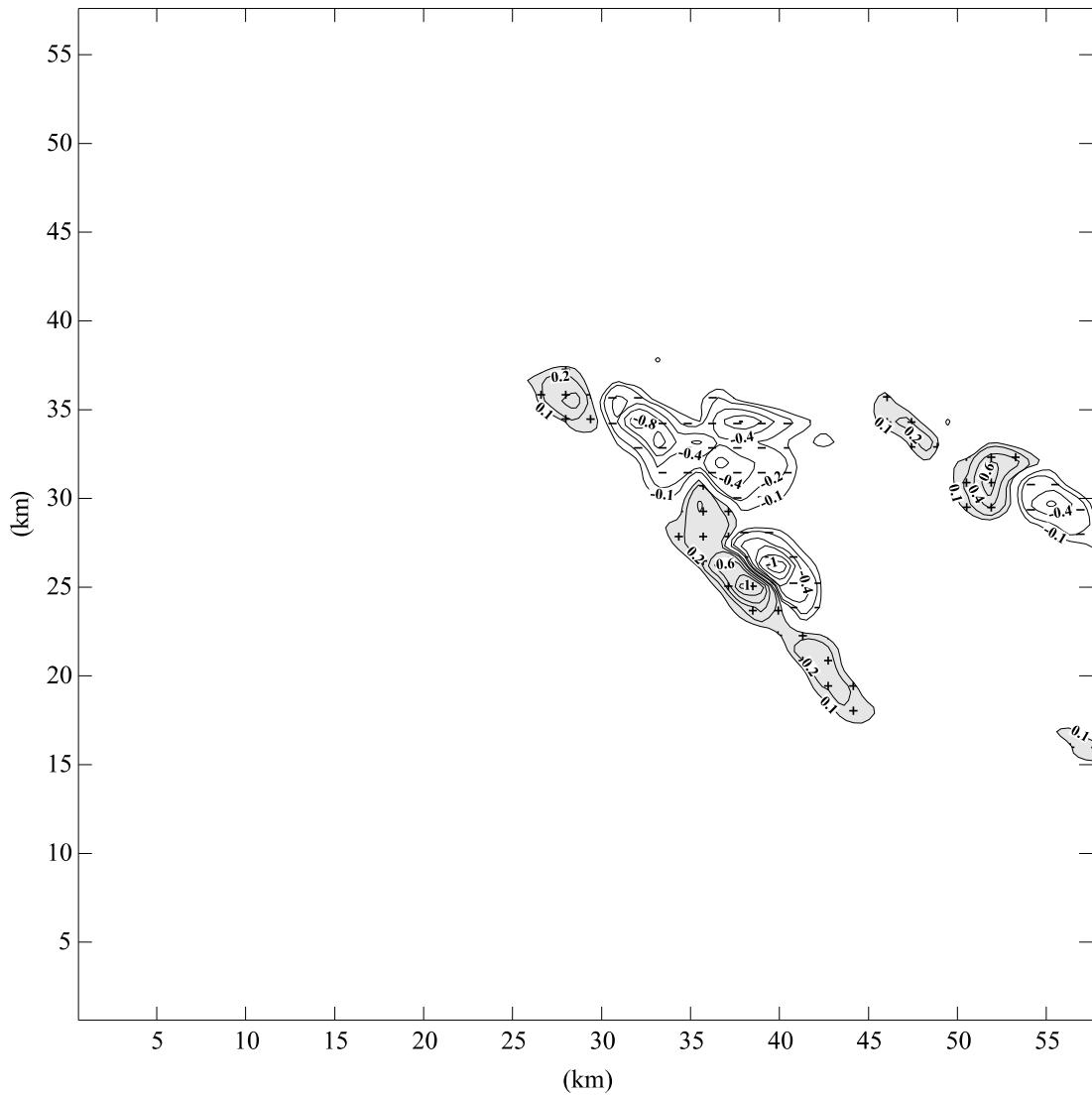
Uticaj zasejavanja reagensa u eksperimentu A1 na promenu prostorne raspodele padavina, može se uočiti na slikama (4.19 i 4.20). Slike su dobijene tako što je od dvodimenzionog polja padavina, koje je izračunato u eksperimentu A1, oduzeto odgovarajuće polje iz kontrolnog slučaja. Osenčene površine sa krstićima predstavljaju pozitivnu, a površine sa minusima negativnu razliku. Na slici (4.19) prikazana je razlika ukupnih padavina, a na slici (4.20) razlika



Slika 4.19: Razlika ukupne količine padavina u eksperimentu A1 i kontrolnom eksperimentu. Konturni interval je 1 mm. Nacrtane su i izolinije 0.1 mm i -0.1 mm.

padavina grada. Razlika ukupnih padavina je pozitivna na većem delu površine, mada postoji

znatan deo oblasti u kojoj je došlo do njihovog smanjenja. Najveća pozitivna razlika ukupnih padavina je 12.46 mm, a najveća negativna -7.66 mm. Površina na kojoj su padavine grada smanjene zbog zasejavanja veća je od površine u kojoj su one povećane. Najveća pozitivna razlika padavina grada je 1.48 mm, a najveća negativna -1.49 mm.



Slika 4.20: Razlika količine padavina grada u eksperimentu A1 i kontrolnom eksperimentu. Konturni interval je 0.2 mm. Nacrtane su i izolinije 0.1 mm i -0.1 mm.

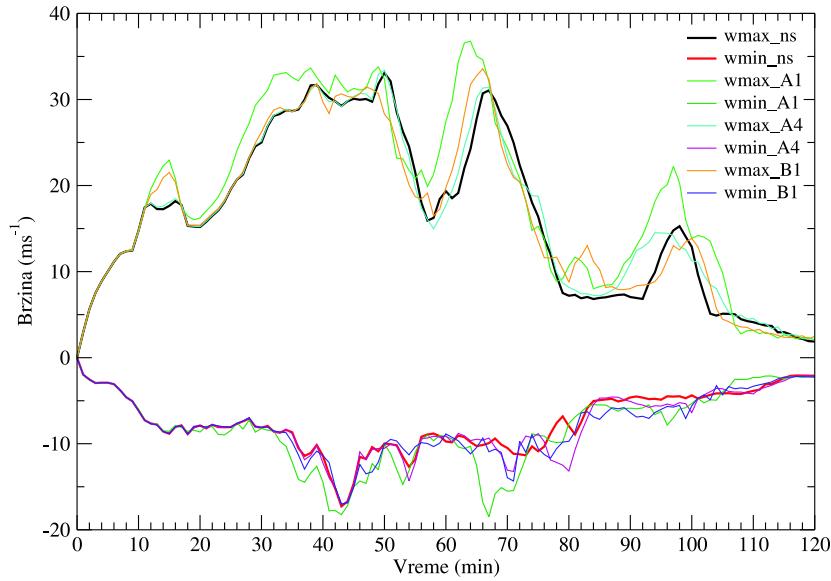
4.5 Uticaj zasejavanja na vertikalne brzine u oblaku

Zbog prisustva čestica reagensa u oblačnoj sredini dolazi do dodatnog zamrzavanja tečne vode. Pored toga, pritisak zasićene vodene pare se smanjuje i približava pritisku zasićene vodene pare u odnosu na led. Zbog toga dolazi do dopunskog stvaranja kristala leda depozicijom molekula vodene pare. Pri ovim procesima delić oblačnog vazduha se, zbog oslobođene latentne toploće pri faznim prelazima, dodatno ubrzava. Na taj način se pojačavaju uzlazna kretanja u oblaku, što bi za posledicu trebalo da ima povećanje količine padavinskih elemenata. S druge strane, padanje veće količine kišne vode, grada i snega na različite načine izaziva intenziviranje silaznih kretanja. Ocena uticaja reagensa na vertikalna kretanja može se dobiti poređenjem maksimalnih i minimalnih vrednosti vertikalnih brzina u eksperimentima sa i bez zasejavanja.

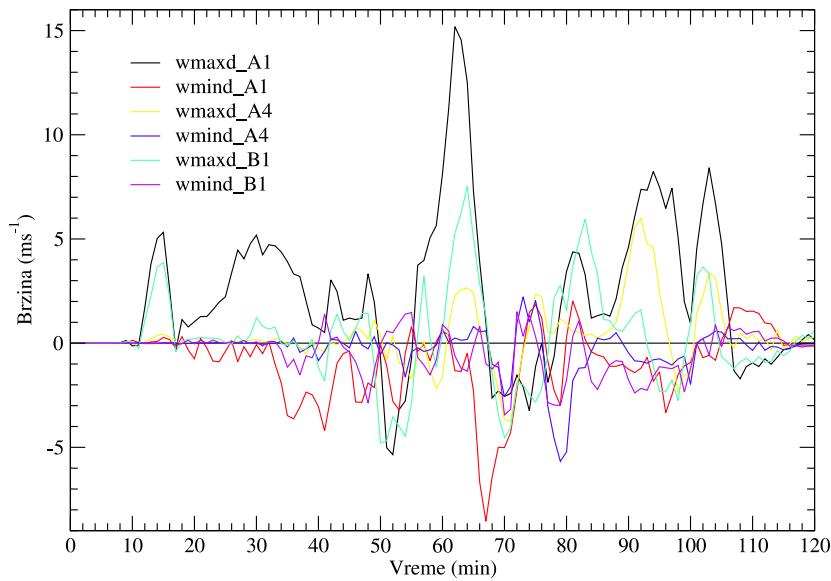
Na slici (4.21) prikazane su maksimalne i minimalne vrednosti vertikalnih brzina u nekim numeričkim eksperimentima. U eksperimentu A1 i maksimalne i minimalne vertikalne brzine su po apsolutnoj vrednosti veće od brzina u drugim eksperimentima. U odnosu na kontrolni eksperiment intenziteti maksimalnih brzina u eksperimentima sa zasejavanjem su povećani od momenta zasejavanja pa do oko 100. minuta integracije. Može se uočiti, da su vrhovi linija vertikalnih brzina u eksperimentima sa zasejavanjem pomereni u levo u odnosu na linije iz kontrolnog eksperimenta. Mogli bi zbog toga da kažemo da je zasejavanje izazvalo ubrzavanje dešavanja procesa u oblaku.

Razlike maksimalnih i razlike minimalnih vertikalnih brzina u oblaku u eksperimentima A1, A4 i B1 u odnosu na kontrolni eksperiment, u funkciji vremena, prikazane su na slici (4.22). Za bilo koji eksperiment sa zasejavanjem (eksperiment Si) razlika maksimalnih vertikalnih brzina definisana je kao $w_{maxd_Si} = w_{max_Si} - w_{max_ns}$, a razlika minimalnih $w_{mind_Si} = w_{min_Si} - w_{min_ns}$. Maksimalne i minimalne vertikalne brzine u eksperimentu bez zasejavanja su w_{max_ns} i w_{min_ns} . Najveća razlika maksimalne vertikalne brzine je postignuta u eksperimentu A1 u 62. minutu i iznosi 15.2 ms^{-1} . Najveća razlika minimalne vertikalne brzine zabeležena je takođe u eksperimentu A1 i ima vrednost -8.6 ms^{-1} u 67. minutu. Može se primetiti da se pikovi na krivama razlika minimalnih brzina pojavljuju nekoliko minuta posle pikova na krivama razlika maksimalnih brzina. Ovo bi mogla da bude potvrda prepostavke da pojačavanje uzlaznih kretanja u oblaku, posredno, preko stvaranja veće količine padavinskih

elemenata, dovodi do jačanja silaznih kretanja.



Slika 4.21: Maksimalne i minimalne vertikalne brzine u oblaku u kontrolnom i eksperimentima A1, A4 i B1, u funkciji vremena.



Slika 4.22: Razlike maksimalnih i razlike minimalnih vertikalnih brzina u oblaku u eksperimentima A1, A4 i B1 u odnosu na kontrolni eksperiment, u funkciji vremena.

4.6 Analiza produkcionih članova oblačnih elemenata

4.6.1 Produkcionи članovi za oblačni led

Dodatna produkcija oblačnog leda, u prisustvu aktivnih čestica reagensa, vrši se kontaktnom, depozicionom, sorpcionom i imerzionom nukleacijom. U ovom radu računate su kontaktna, depoziciona i posredno sorpciona nukleacija. Sorpciona nukleacija je implicitno računata korišćenjem aktivacione krive koja uključuje i depozicionu i sorpcionu nukleaciju. Imerzionalno zamrzavanje oblačnih kapljica nije računato jer je neefikasan proces, pa se u ovakvim modelima može zanemariti (Meyers i dr. (1995)).

Na slici (4.23) su prikazani pojedini produkcioni članovi za oblačni led integrisani po celoj oblasti modela u datom vremenskom koraku (na malim slikama (a)), i njihove kumulativne vrednosti (na malim slikama (b)). Sve manje slike su dobijene iz razlike produkcionih članova u eksperimentu A1 i u kontrolnom eksperimentu, osim slika (a6) i (b6) koje predstavljaju razliku produkcije oblačnog leda u eksperimentu A1, u kojem je reagens menjao proces podešavanja, i istom eksperimentu u kojem je ovaj doprinos bio isključen.

Slika (a1) prikazuje masu oblačnog leda koji je nastao Braunovskim sudaranjem oblačnih kapljica sa česticama reagensa u odgovarajućem vremenskom koraku, a na slici (b1) je prikazana njena kumulativna vrednost. Ukupna produkcija oblačnog leda ovim mehanizmom bila je 2.1×10^6 kg.

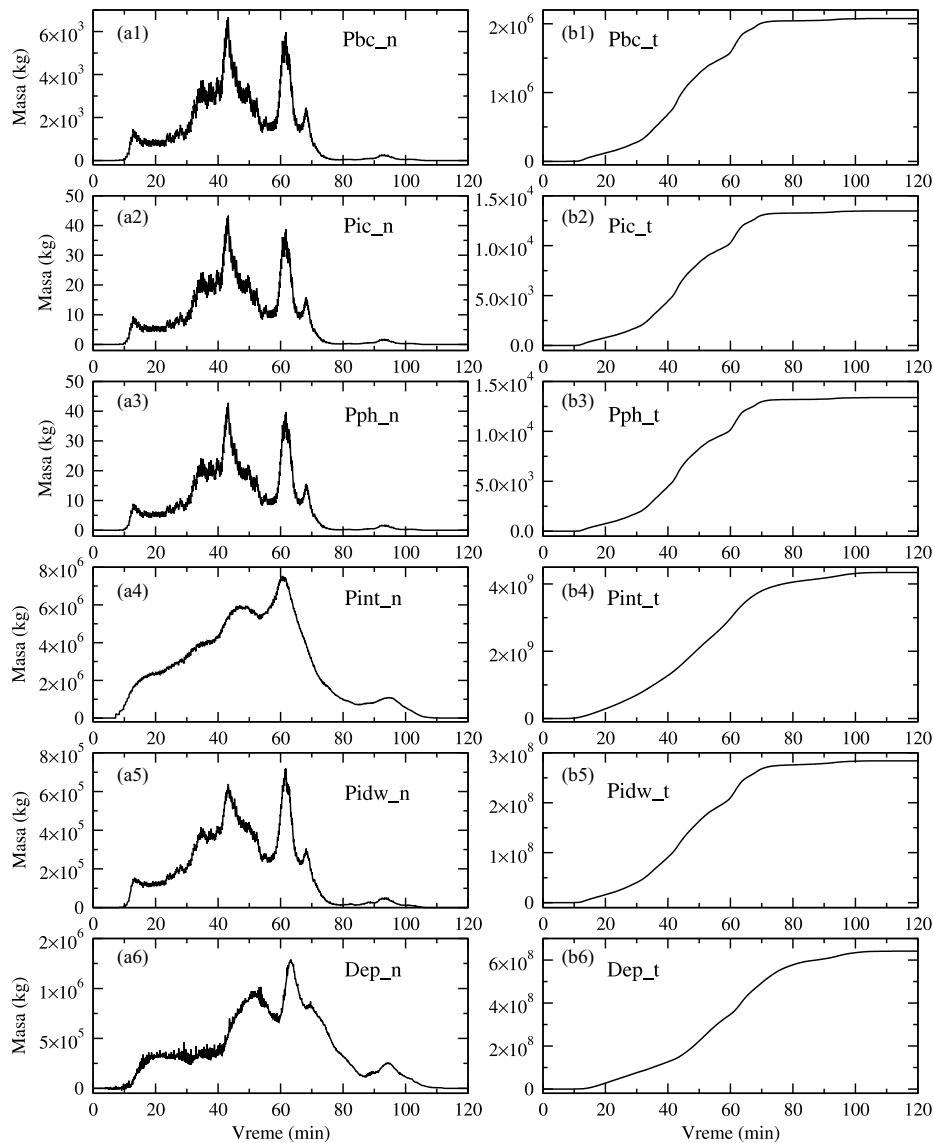
Na slikama (a2) i (b2) prikazana je odgovarajuća masa oblačnog leda produkovana inercijalnim, a na slikama (a3) i (b3) foretičkim sudaranjem reagensa sa oblačnim kapljicama. Doprinosi ovih mehanizama su za oko dva reda veličine manji od produkcije Braunovskim sudaranjem. Oblik krivih na slikama (a1), (a2) i (a3) je medjusobno vrlo sličan, a uslovljen je količinom prehladjene oblačne vode u modelu.

Slike (a4) i (b4) prikazuju produkciju oblačnog leda zbog dodatne inicijalizacije na česticama reagensa. Njena ukupna vrednost iznosi 4.3×10^9 kg, što je za tri reda veličine veće od Brauvovske, a za pet redova veličine od inercijalne ili foretičke produkcije.

Producija oblačnog leda zbog dodatnog depozicionog rasta na račun oblačne vode u prisustvu reagensa prikazana je na slikama (a5) i (b5). Akumulirana masa oblačnog leda zbog ove produkcije je 2.9×10^8 kg.

Dodatna produkcija mase oblačnog leda zbog uticaja reagensa na proces podešavanja predstavljena je na slikama (a6) i (b6). Kumulativna vrednost ove produkcije je 6.4×10^8 kg.

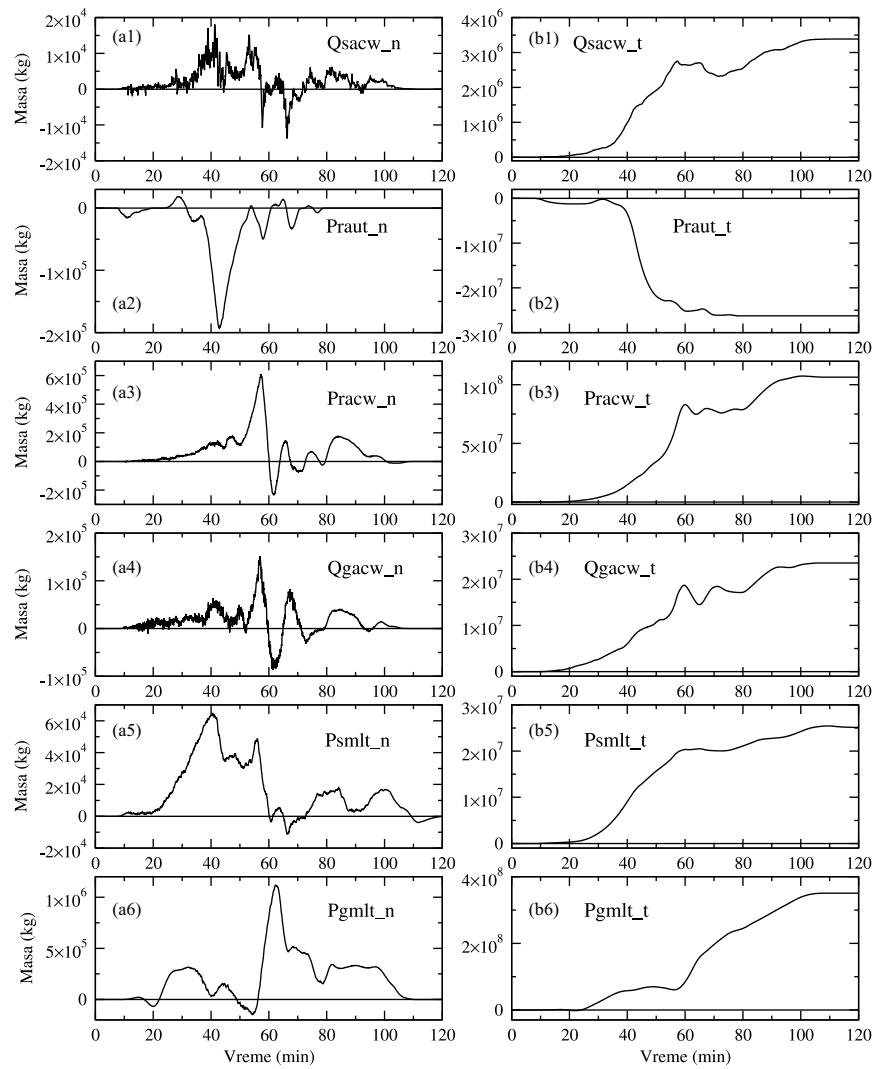
Na osnovu prikazanih vrednosti, najvažniji mehanizmi za produkciju oblačnog leda su dodatna inicijalizacija na česticama reagensa, zatim promena procesa podešavanja zbog prisustva reagensa i dodatni Beržeronov rast na česticama reagensa.



Slika 4.23: Producioni članovi za oblačni led zbog prisustva reagensa u oblačnoj sredini u eksperimentu A1. Na slikama (a) su producioni članovi sumirani po oblasti integracije u datom vremenskom koraku, a na slikama (b) su kumulativne vrednosti tih članova.

4.6.2 Produkcionni članovi za kišnu vodu

Na slici (4.24) su prikazane vrednosti razlike produkcionih članova za kišnu vodu u eksperimentu A1 i u kontrolnom eksperimentu. Na malim slikama (a) su produkcijski članovi sumirani po oblasti integracije u datom vremenskom koraku, a na malim slikama (b) njihove kumulativne vrednosti.



Slika 4.24: Razlika produkcionih članova za kišnu vodu u zasejavanom i kontrolnom slučaju. Na slikama (a) su razlike produkcionih članova sumirane po oblasti integracije u datom vremenskom koraku, a na slikama (b) su kumulativne vrednosti tih razlika.

Prirastanje oblačne vode na sneg, na temperaturama većim od 0°C produkuje kišnu vodu. Razlika integralne vrednosti ovog člana u eksperimentu A1 i kontrolnom eksperimentu, je uglavnom pozitivna, ali postoje i negativne vrednosti (slika(a1)). Kumulativna razlika je uvek pozitivna a na kraju integracije ima vrednost $3.4 \times 10^6 \text{ kg}$.

Doprinos autokonverzije oblačne vode se smanjuje zbog zasejavanja (slike (a1) i (b2)). Smanjenje mase ukupno produkovane kišne vode ovim mehanizmom je $-2.6 \times 10^7 \text{ kg}$.

Zbog promene akreacije oblačne kišnom vodom, poveća se masa ukupno produkovane kišne vode za $1.0 \times 10^8 \text{ kg}$. Promene izazvane ovim mehanizmom su prikazane na slikama (a3) i (b3).

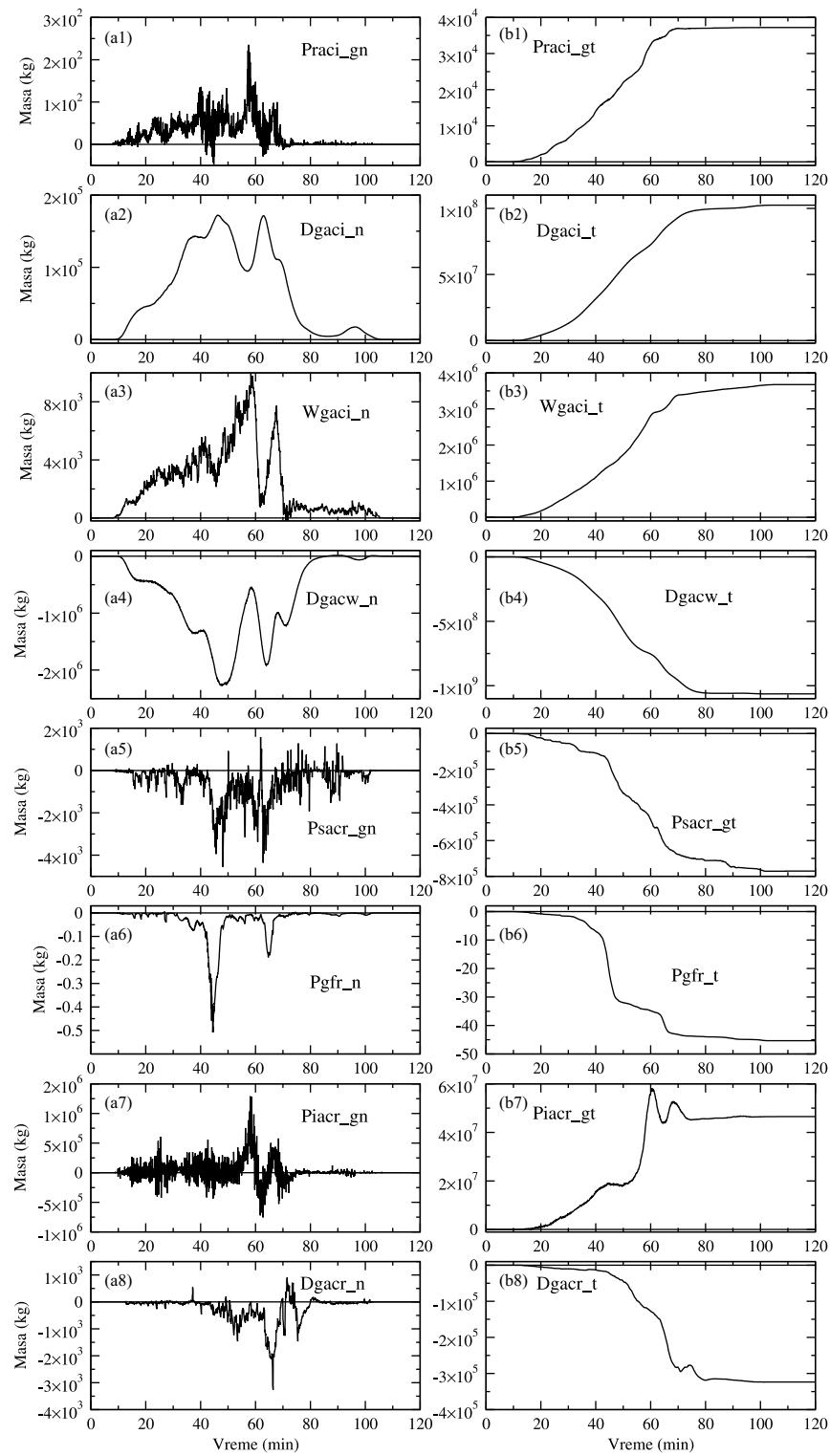
Na slikama (a4) i (b4) prikazane su razlike u produkciji kišne vode izazvane promenom akreacije oblačne vode gradom na $T > 0^{\circ}\text{C}$. Ukupna promena je $2.4 \times 10^7 \text{ kg}$.

Topljenjem snega se produkuje više kišne vode u eksperimentu A1 nego u kontrolnom eksperimentu (slike (a5) i (b5)). Ukupna razlika je $2.5 \times 10^7 \text{ kg}$. I topljenje grada dovodi do povećanja ukupno produkovane kišne vode (slike (a6) i (b6)). Ukupno povećanje mase kišne vode zbog topljenja grada je $3.5 \times 10^8 \text{ kg}$.

Na osnovu ovih vrednosti, možemo da zaključimo da se svi produkcijski članovi za kišnu vodu povećaju zbog zasejavanja, osim člana autokonverzije oblačne u kišnu vodu. Najveći doprinos povećanju produkcije kišne vode daju povećano topljenje grada i akreacija oblačne kišnom vodom. Topljenje snega i prikupljanje kišne vode gradom su manji za red veličine, a akreacija oblačne vode snegom za dva reda veličine. Zbog zasejavanja se smanji ukupna količina oblačne vode, pa i njena autokonverzija u kišnu vodu.

4.6.3 Produkcijski članovi za grad

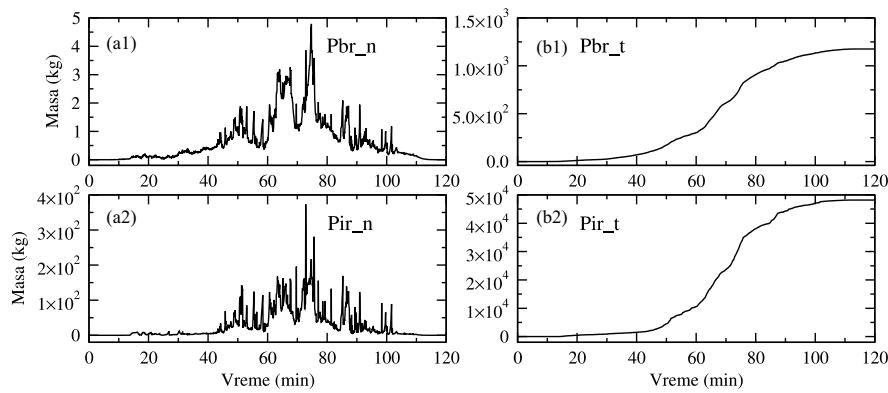
Razlike produkcijskih članova za grad u eksperimentu A1 i u kontrolnom eksperimentu prikazane su na slici (4.25). Na malim slikama (a) su produkcijski članovi sumirani po oblasti integracije u datom vremenskom koraku, a na malim slikama (b) njihove kumulativne vrednosti. Možemo uočiti da je zbog zasejavanja produkcija grada povećana akreacijom oblačnog leda kišnom vodom, prikupljanjem kišne vode gradom i akreacijom oblačnog leda gradom u suvom i mokrom režimu rasta. Najveća pozitivna razlika u produkciji grada ostvaruje se prikupljanjem oblačnog leda gradom u suvom režimu rasta i iznosi $1.02 \times 10^8 \text{ kg}$ (slika (b2)), zatim



Slika 4.25: Razlike produkcionih članova za grad u zasejavanom i kontrolnom slučaju. Na slikama (a) su razlike produkcionih članova sumirane po oblasti integracije u datom vremenskom koraku, a na slikama (b) su kumulativne vrednosti tih razlika.

prikupljanjem kišne vode oblačnim ledom 4.65×10^7 kg (slika (b7)). Razlika zbog akreacije oblačnog leda gradom u mokrom režimu rasta iznosi 3.7×10^6 kg (slika(b3)), a zbog akreacije oblačnog leda kišnom vodom 3.7×10^4 kg (slika (b1)).

Smanjena je produkcija grada akreacijom oblačne vode gradom, akreacijom kišne vode snegom, prikupljanjem kišne vode gradom u suvom režimu rasta grada i smrzavanjem kišnih kapi. Najveće smanjenje količine grada nastaje zbog akreacije oblačne vode gradom -1.1×10^9 kg (slika (b4)), zatim zbog akreacije kišne vode snegom -7.7×10^5 kg (slika (b5)), zbog prikupljanja kišne vode gradom u suvom režimu rasta -3.2×10^5 kg (slika (b8)), a najmanje zbog smrzavanja kišnih kapi -45.3 kg (slika (b4)).



Slika 4.26: Producioni članovi za grad zbog Braunovskog i inercijalnog sudaranja reagensa i kišnih kapi u eksperimentu A1. Na slikama (a) su producioni članovi sumirani po oblasti integracije u datom vremenskom koraku, a na slikama (b) su kumulativne vrednosti tih članova.

Producioni članovi za grad zbog Braunovskog i inercijalnog sudaranja reagensa i kišnih kapi, u eksperimentu A1, prikazani su na slici (4.26). Ukupna produkcija grada zbog inercijalnog sudaranja kišnih kapi sa česticama reagensa je 4.8×10^4 kg (slika (b1)). Braunovskim sudaranjem kišnih kapi sa česticama reagensa dobije se ukupno 1.2×10^3 kg grada, što je za red veličine manje od produkcije inercijalnim sudaranjem.

5

ZAKLJUČAK

Tema ove disertacije je numerička simulacija zasejavanja kumulonimbusnih oblaka glaciogenim reagensom. Za njenu izradu korišćen je regionalni, nehidrostatički, atmosferski prognoistički model ARPS, razvijen na Univerzitetu u Oklahomi u SAD. U okviru disertacije uradjeno je sledeće:

- U postojeći model je ugradjena lokalna orografska podatkovna mreža;
- Uvedena je nova prognostička promenjiva - odnos smeše reagensa;
- Napravljena je šema kojom se mogu simulirati različiti načini zasejavanja;
- Modelovane su sve poznate interakcije izmedju čestica reagensa i oblačnih elemenata i vodene pare;
- Modifikovan je produkcioni član koji opisuje Braunovsko sudaranje čestica reagensa sa kišnim kapima;
- Uvedeni su novi produkpcioni članovi za dodatnu inicijalizaciju oblačnog leda depozicijom molekula vodene pare, na čestici reagensa i za dodatnu depoziciju molekula vodene pare, zbog promene procesa podešavanja;
- Izvršeno je više eksperimenata zasejavanja u kojima je menjana količina zasejavog reagensa, mesto, vreme i čestina zasejavanja.

Analiza rezultata je pokazala sledeće:

- a) Zasejavanjem oblaka se povećava ukupna količina akumuliranih kišnih padavina, a padavine grada mogu biti povećane ili smanjene. Veličina povećanja ukupnih padavina uglavnom zavisi od količine ubačenog reagensa. Postoji, međutim, gornja granica do koje se padavine mogu povećavati. Smanjenje akumuliranih padavina grada dobijeno je u eksperimentima sa najširom zonom zasejavanja;
- b) Prostorna raspodela padavina kiše pokazuje da iznad većeg dela oblasti sa padavinama dolazi do povećanja, ali i da postoje zone u kojima zasejavanje izaziva smanjenje padavina;
- c) Zasejavanje dovodi do pojačavanja vertikalnih brzina u oblaku. Zbog dodatno oslobođene latentne toplice najpre se pojačaju uzlazna kretanja, a ona većom produkcijom padavinskih elemenata, intenziviraju silazna kretanja;
- d) Producija oblačnog leda depozicionom nukleacijom je za tri reda veličine veća od producije kontaktnom nukleacijom. Kontaktna nukleacija oblačnog leda inercijalnim i foretičkim sudaranjem zanemarivo je mala u odnosu na nukleaciju Braunovskim sudaranjem;
- e) Akreacija oblačne vode gradom, u suvom režimu rasta i akreacija kišne vode snegom su najznačajniji mehanizmi kojim se smanjuje produkcija grada pri zasejavanju.
- f) Topljenje grada je najvažniji mehanizam za povećanje količine kišne vode u slučaju zasejavanja.
- g) Odnos količine prehladjene oblačne vode i oblačnog leda, na temperaturama izmedju 0°C i -35°C , je od velikog značaja za reakciju oblaka na zasejavanje.

Spisak slika

2.1	Prostorni raspored koordinata i promenljivih na mreži	17
2.2	Mikrofizički procesi u oblaku simulirani u modelu. Značenje produkcionih članova dato je u tabeli (2.1).	27
2.3	Geografska oblast za koju su podaci o topografiji ($30'' \times 30''$) pripremljeni za analizu u ARPS-u. Oblast integracije je označena crvenim kvadratom.	47
2.4	Radiosonažni podaci (Beograd, 13.06.1984. 12h) korišćeni za inicijalizaciju modela.	48
2.5	Oblast integracije. Brojne vrednosti na koordinatnim osama su stepeni geografske širine i geografske dužine.	49
2.6	Početno poremećenje potencijalne temperature na početku integracije. Prikazani su horizontalni presek na nivou K=5, na gornjem delu slike, i vertikalni X-Z presek, na $y=40.5$ km, na donjem delu slike. Konturni interval je 0.5K.	50
3.1	Broj aktivnih nukleusa u jednom litru vazduha.	55
3.2	Aktivnost čestica reagensa (količnik broja aktivnih kontaktnih ili depozicionih čestica reagensa i ukupnog broja čestica reagensa) u funkciji temperature.	56
4.1	Šematski prikaz horizontalnog preseka zasejavane oblasti. Oblast je ograničena izolinijama konstantne radarske refleksivnosti R_{ef1} i R_{ef2} i pravcima l_1 i l_2 (osenčeni deo). Tačka sa koordinatama (I_{max}, J_{max}) predstavlja mesto u oblaku sa maksimalnom radarskom refleksivnošću i vektor \mathbf{V}_c je smer kretanja oblaka.	67

4.2 Šematski prikaz određivanja smera kretanja oblaka. Smer kretanja je određen: a) iz razlike položaja maksimalne vrednosti radarske refleksivnosti u vremenskim koracima $nstep$ i $nstep - n$ (seedopt=1); b) brzinom vazduha u tački maksimalne reflektivnosti (seedopt=2); c) iz razlike položaja centra mase oblaka u vremenskim koracima $nstep$ i $nstep - n$ (seedopt=3) i d) iz razlike položaja centra oblasti visoke radarske refleksivnosti u vremenskim koracima $nstep$ i $nstep - n$ (seedopt=4).	68
4.3 Prikaz zasejavane oblasti u momentu zasejavanja bez ucrtanog reagensa (slike 1) i sa ucrtanim reagensom (slike 2), gledano odozgo (slike (a)), sa juga (slike (b)) i sa zapada (slike (c)). Prikazane su izopovršine radarske refleksivnosti $R_{ef1} = 1 \text{ dBZ}$ (svetlo plava boja) i $R_{ef} = 55 \text{ dBZ}$ (plava), izopovršina smeše reagensa $X_s = 1 \times 10^{-8} \text{ kgkg}^{-1}$ (crvena) i izoterme $T_{bot} = -5^\circ\text{C}$ i $T_{top} = -15^\circ\text{C}$	69
4.4 Ukupna masa pasivne supstance u oblasti modela u funkciji vremena integracije.	70
4.5 Izgled polja pasivne supstance u 48 minutu integracije: a) posmatrano odozgo; b) posmatrano sa juga; c) posmatrano sa zapada.	70
4.6 Evolucija polja oblačne vode u kontrolnom i u zasejavanom oblaku, posmatrano sa južne strane oblasti integracije. Prikazane su izopovršine $q_c = 0.1 \text{ gkg}^{-1}$. Na manjim slikama, u kojima je upisano vreme integracije, prikazan je kontrolni eksperiment, a na odgovarajućim slikama ispod eksperiment u kojem je vršeno zasejavanje.	72
4.7 Nastavak slike (4.6).	73
4.8 Razlika ukupne mase u oblasti integracije, za sve oblačne elemente pojedinačno, u eksperimentu A1 i kontrolnom eksperimentu, u funkciji vremena.	73
4.9 Evolucija polja oblačnog leda u kontrolnom i u zasejavanom oblaku, posmatrano sa južne strane oblasti integracije. Prikazane su izopovršine $q_i = 0.02 \text{ gkg}^{-1}$. Na manjim slikama, u kojima je upisano vreme integracije, prikazan je kontrolni eksperiment, a na odgovarajućim slikama ispod eksperiment u kojem je vršeno zasejavanje.	74
4.10 Nastavak slike (4.9).	75

4.11 Evolucija polja kišne vode u kontrolnom i u zasejavanom oblaku, posmatrano sa južne strane oblasti integracije. Prikazane su izopovršine $q_r = 0.1 \text{ gkg}^{-1}$. Na manjim slikama, u kojima je upisano vreme integracije, prikazan je kontrolni eksperiment, a na odgovarajućim slikama ispod eksperiment u kojem je vršeno zasejanje.	76
4.12 Nastavak slike (4.11).	77
4.13 Evolucija polja grada u kontrolnom i u zasejavanom oblaku, posmatrano sa južne strane oblasti integracije. Prikazane su izopovršine $q_h = 0.1 \text{ gkg}^{-1}$. Na manjim slikama, u kojima je upisano vreme integracije, prikazan je kontrolni eksperiment, a na odgovarajućim slikama ispod eksperiment u kojem je vršeno zasejanje.	78
4.14 Nastavak slike (4.13).	79
4.15 Relativna promena ukupne mase u oblasti integracije, za sve oblačne elemente pojedinačno.	79
4.16 Evolucija polja snega u kontrolnom i u zasejavanom oblaku, posmatrano sa južne strane oblasti integracije. Prikazane su izopovršine $q_s = 0.2 \text{ gkg}^{-1}$. Na manjim slikama, u kojima je upisano vreme integracije, prikazan je kontrolni eksperiment, a na odgovarajućim slikama ispod eksperiment u kojem je vršeno zasejanje.	80
4.17 Nastavak slike (4.16).	81
4.18 Ukupna količina padavina (kiša i grad) u toku dva sata integracije u kontrolnom eksperimentu, data u milimetrima.	85
4.19 Razlika ukupne količine padavina u eksperimentu A1 i kontrolnom eksperimentu. Konturni interval je 1 mm. Nacrtane su i izolinije 0.1 mm i -0.1 mm. . .	86
4.20 Razlika količine padavina grada u eksperimentu A1 i kontrolnom eksperimentu. Konturni interval je 0.2 mm. Nacrtane su i izolinije 0.1 mm i -0.1 mm. . .	87
4.21 Maksimalne i minimalne vertikalne brzine u oblaku u kontrolnom i eksperimentima A1, A4 i B1, u funkciji vremena.	89
4.22 Razlike maksimalnih i razlike minimalnih vertikalnih brzina u oblaku u eksperimentima A1, A4 i B1 u odnosu na kontrolni eksperiment, u funkciji vremena.	89

4.23 Producioni članovi za oblačni led zbog prisustva reagensa u oblačnoj sredini u eksperimentu A1. Na slikama (a) su producioni članovi sumirani po oblasti integracije u datom vremenskom koraku, a na slikama (b) su kumulativne vrednosti tih članova.	91
4.24 Razlika producionalih članova za kišnu vodu u zasejavanom i kontrolnom slučaju. Na slikama (a) su razlike producionalih članova sumirane po oblasti integracije u datom vremenskom koraku, a na slikama (b) su kumulativne vrednosti tih razlika.	92
4.25 Razlika producionalih članova za grad u zasejavanom i kontrolnom slučaju. Na slikama (a) su razlike producionalih članova sumirane po oblasti integracije u datom vremenskom koraku, a na slikama (b) su kumulativne vrednosti tih razlika.	94
4.26 Producioni članovi za grad zbog Braunovskog i inercijalnog sudaranja reagensa i kišnih kapi u eksperimentu A1. Na slikama (a) su producioni članovi sumirani po oblasti integracije u datom vremenskom koraku, a na slikama (b) su kumulativne vrednosti tih članova.	95

Spisak tabela

2.1	<i>Značenje simbola u mikrofizičkoj parametrizaciji</i>	24
2.1	nastavak	25
2.1	nastavak	26
4.1	Karakteristike eksperimenta i relativna promena količine padavina.	82
4.2	Ukupna masa zasejanog reagensa i broj ponavljanja zasejavanja.	84

Literatura

- Bergeron, T., 1949: The problem of artificial control of rainfall on the globe. *Tellus*, **1**, 32–43.
- Berry, E. X., 1968: Modification of the warm rain process. *Preprints 1st Nat. Conf. Weather Modification*, Albany, Amer. Meteor. Soc., 81–88.
- Bigg, E. K., 1953: The supercooling of water. *Proc.Phys.Soc.London*, **B66**, 688–694.
- Braham, R. R., J. Battan, i H. R. Byers, 1957: Artificial nucleation of cumulus clouds. *Cloud and Weather Modification, Meteor. Monogr.*, Amer. Meteor. Soc., 47–85.
- Bruintjes, R. T., T. L. Clark, i W. D. Hall, 1995: The dispersion of tracer plumes in mountainous regions in central Arizona: Comparisons between observations and modeling results. *J.Appl.Meteor*, **34**, 971–988.
- Byers, R. H., 1965: *Elements of cloud physics*. The University of Chicago Press, 191 pp.
- Clark, T. L., 1977: A small scale dynamic model using terrain-following coordinate transformation. *J.Comput.Phys*, **24**, 186–215.
- Clark, T. L. i R. D. Farley, 1984: Severe downslope windstorm calculations in two and three spatial dimensions using anelastic interactive grid nesting: A possible mechanism for gustiness. *J.Atmos.Sci*, **41**, 329–350.
- Cooper, W. A., 1974: A possible mechanism for contact nucleation. *J.Atmos.Sci*, **31**, 1832–1837.
- Cotton, W. R., G. J. Tripoli, R. M. Rauber, i E. A. Mulvihill, 1986: Numerical simulation of the effects of varying ice crystal nucleation rates and aggregation processes on orographic snowfalls. *J.Climate Appl.Meteor*, **14**, 718–733.

- Ćurić, M., 1989: Numerical modeling of thunderstorm. *Theor.Appl.Climatol.*, **40**, 227–235.
- Ćurić, M. i D. Janc, 1990: Numerical study of the cloud seeding effect. *Meteorol.Atmos.Phys.*, **42**, 145–164.
- 1993a: Dependence of the simulated seeding effect of cb cloud on types of the agi agents. *Meteorol.Atmos.Phys.*, **52**, 91–100.
- 1993b: Predictive capabilities of a one-dimensional convective cloud model with forced lifting and a new entrainment formulation. *J.Appl.Meteor*, **32**, 1733–1740.
- 1995: On the consumption of agi seeding agent. Dependence on the liquid water content in seeding zone. *J.Weather.Mod.*, **27**, 17–20.
- Ćurić, M., D. Janc, i V. V. Vučković, 1997: The influence of cloud drop size distribution on simulated seeding effects of hail-bearing cloud. *J.Weather.Mod.*, **29**, 70–73.
- DeMott, P. J., W. G. Finnegan, i L. O. Grant, 1983: An application of chemicak kinetic theory and methodology to characterize the ice nucleating propertis of aerosols used in weather modification. *J.Climate Appl.Meteor*, **22**, 1190–1203.
- Farley, R. D., 1987: Numerical modeling of hailstorms and hailstone growth. Part III: Simulation of an alberta hailstorm - natural and seeded cases. *J.Climate Appl.Meteor*, **26**, 789–812.
- Farley, R. D., P. Nguyen, i H. D. Orville, 1994: Numerical simulation of cloud seeding using a three-dimensional cloud model. *J.Weather.Modif*, **26**, 113–124.
- Federer, B. i A. Waldvogel, 1975: Hail and raindrop size distributions from a swiss multicell storm. *J. Appl. Meteor*, **14**, 91–97.
- Fletcher, N. H., 1962: *The Physics of Rain Clouds*. Cambridge University Press, 390 pp.
- Gunn, K. L. S. i J. S. Marshall, 1958: The distribution with size aggregate snowflakes. *J. Meteor.*, **15**, 452–461.
- Hossler, C. L., L. G. Darri, J. I. Kely, i E. J. Mack, 1967: An investigation of the dynamics and microphysics of clouds. NSF Rep. No. 10 and Final Report NSF GP-4743. Department of Meteorology. Pennsylvania State University, 105 pp.

- Hsie, E. Y., R. D. Farley, i H. D. Orville, 1980: Numerical simulation of ice-phase convective cloud seeding. *J.Appl.Meteor.*, **19**, 113–124.
- Johnson, D. B., 1979: *The role of coalescence nuclei in warm rain initiation*. Ph.D. thesis: University of Chicago.
- Kessler, E., 1969: *On the Distribution and Continuity of Water Substance in Atmospheric Circulations*. Amer. Meteor. Soc., 84 pp.
- Klemp, J. B. i D. R. Durran, 1983: An upper boundary condition permitting internal gravity wave radiation in numerical mesoscale models. *Mon.Wea.Rev.*, **111**, 430–444.
- Klemp, J. B. i R. B. Wilhelmson, 1978: The simulation of three-dimensional convective storm dynamics. *J.Atmos.Sci*, **35**, 1070–1096.
- Koenig, L. R., 1971: Numerical modeling of ice deposition. *J.Atmos.Sci*, **28**, 226–237.
- Kopp, F. J., 1988: A simulation of alberta cumulus. *J.Appl.Meteor*, **27**, 626–641.
- Lamb, D., R. I. Sax, i J. Hallet, 1981: Mechanistic limitations to the release of latent heat during the natural and artificial glaciation of deep convective clouds. *Quart.J.Roy.Meteor.Soc*, **107**, 935–954.
- Lin, Y. L., R. D. Farley, i H. D. Orville, 1983: Bulk parameterization of the snow field in a cloud model. *J.Appl.Meteor.*, **22**, 1065–1092.
- Liu, J. Y. i H. D. Orville, 1969: Numerical modeling of precipitation and cloud shadow effects on mountain-induced cumuli. *J. Atmos. Sci.*, **26**, 1283–1298.
- Locatelli, J. D. i P. V. Hobbs, 1974: Fall speeds and masses of solid precipitation particles. *J. Geophys. Res.*, **79**, 2185–2197.
- Marshall, J. S. i W. M. Palmer, 1948: The distribution of raindrops with size. *J. Meteor.*, **5**, 165–166.
- Meyers, M. P., P. J. DeMott, i W. R. Cotton, 1995: A comparison of seeded and noseeded orographic cloud simulations with an explicit cloud model. *J.Appl.Meteor*, **34**, 834–846.

- Mossop, S. C. i C. Tuck-Lee, 1968: The composition and size distribution of aerosols produced by burning solutions ofagi and nai in acetone. *J.Appl.Meteor*, **7**, 234–240.
- Nelson, L. D., 1979: *Observations and Numerical Simulations of Precipitation Mechanisms in Natural and Seeded Convective Clouds*. Ph.D. thesis: University of Chicago.
- Orville, H. D., R. D. Farley, i J. H. Hirsch, 1984: Some surprising results from simulated seeding of stratiform-type clouds. *J.Climate Appl.Meteor*, **23**, 1585–1600.
- Orville, H. D. i K. G. Hubbard, 1973: On the freezing of liquid water in a cloud. *J.Appl.Meteor*, **12**, 671–676.
- Orville, H. D. i F. J. Kopp, 1977: Numerical simulation of the life history of a hailstorm. *J.Atmos.Sci*, **34**, 1596–1618.
- Parungo, F. P., 1973: Electron-microscopic study of silver iodide as a contact or sublimation nuclei. *J.Appl.Meteor*, **12**, 517–521.
- Plooster, N. M. i N. Fukuta, 1975: A numerical model of precipitation from seeded and unseeded cold orographic clouds. *J.Appl.Meteor*, **14**, 859–867.
- Pruppacher, H. R. i J. D. Klett, 1997: *Microphysics of Cloud and Precipitation*. Kluwer Academic Publishers, 954 pp.
- Radmanovac, M., 2003: The hail suppression methodology used in Serbia through a case study of 07.07.2002. *Proceedings from the eighth WMO Sci. Conf. on Weather Mod. WMO WMP*, Casablanca, Marocco, 271–274.
- Rutledge, S. A. i P. V. Hobbs, 1983: The mesoscale and microscale structure and organization of clouds and precipitation in midlatitude cyclones. Part VIII: A model for the "seeder-feeder" process in warm-frontal rainbands. *J.Atmos.Sci*, **40**, 1185–1206.
- Saunders, P. M., 1957: The thermodynamics of saturated air: A contribution to the classical theory. *Quart.J.Roy.Meteor.Soc*, **83**, 342–350.
- Shaefer, V. J., 1946: The production of ice crystals in a cloud of supercooled water droplets. *J.Atmos.Sci*, **104**, 457–459.

- Sharman, R. D., T. L. Keller, i M. G. Wurtele, 1988: Incompressible and anelastic flow simulations on numerically generated grids. *Mon. Wea. Rev.*, **116**, 1124–1136.
- Silverman, B. A. i M. Glass, 1973: A numerical simulation of warm cumulus clouds: Part I. parameterized vs. non-parameterized microphysics. *J. Atmos. Sci.*, **30**, 1620–1637.
- Simpson, R. H., D. A. Andrews, i M. A. Eaton, 1965: Experimental cumulus dynamics. *Rev. Geophys.*, **3**, 387–431.
- Simpson, R. H. i V. Wiggert, 1969: Models of precipitating cumulus towers. *Mon. Wea. Rev.*, **97**, 471–489.
- 1971: Florida cumulus seeding experiment: Numerical model results. *Mon. Wea. Rev.*, **99**, 87–118.
- Smolarkiewicz, P. K. i T. L. Clark, 1985: Numerical simulations of the evolution of a three-dimensional field of cumulus clouds. Part I: Model description, comparison with observations and sensitivity studies. *J. Atmos. Sci.*, **42**, 502–522.
- Soong, S. T. i Y. Ogura, 1973: A comparison between axisymmetric and slab-symmetric cumulus cloud models. *J. Atmos. Sci.*, **30**, 879–893.
- Stephens, M. A., 1979: A simple ice phase parameterization. *Atmos. Sci. Pap. No. 319*. Colorado State University. Ft. Collins, 122 pp.
- Tao, W. K. i J. Simpson, 1993: Goddard cumulus ensemble model. Part I: Model description. *Terrestrial, Atmospheric and Oceanic Sciences.*, **4**, 35–72.
- Tao, W. K., J. Simpson, i M. McCumber, 1988: An ice-water saturation adjustment. *Mon. Wea. Rev.*, **117**, 231–235.
- Twomey, S., 1977: *Atmospheric aerosols*. Elsevier, 191 pp.
- Vonnegut, B., 1947: The nucleation of ice formation by silver iodide. *J. Appl. Phys.*, **18**, 593–595.
- Vučković, V. V., 1995: *Promena karakteristika kumulonimbusnog oblaka zasejavanjem*. Magistrska teza, Univerzitet u Beogradu.

- Warner, J., 1970: On steady-state, one-dimensional models of cumulus convection. *J.Atmos.Sci.*, **27**, 1035–1040.
- Weinstein, A. I., 1970: A numerical model of cumulus dynamics and microphysics. *J.Atmos.Sci.*, **27**, 246–255.
- Wiggert, V., R. I. Sax, i R. L. Holle, 1982: On the modification potential of illinois summertime convective clouds with comparisons to florida and face observations. *J.Appl.Meteor.*, **21**, 1293–1322.
- Wisner, C., H. D. Orville, i C. Myers, 1972: A numerical model of a hail-bearing cloud. *J.Atmos.Sci.*, **29**, 1160–1181.
- Young, K. C., 1974a: A numerical simulation of wintertime, orographic precipitation. Part I: Description of model microphysics and numerical techniques. *J.Atmos.Sci.*, **31**, 1735–1748.
- 1974b: A numerical simulation of wintertime, orographic precipitation. Part II: Comparison of natural and agi-seeded conditions. *J.Atmos.Sci.*, **31**, 1749–1767.
- 1977: A numerical examination of some hail suppression concepts. *Meteor. Monogr.*, Amer. Meteor. Soc.: volume 31, 195–214.
- Zalesak, S. T., 1979: Fully multidimensional flux-corrected transport algorithms for fluids. *J.Comput.Phys.*, **31**, 335–362.