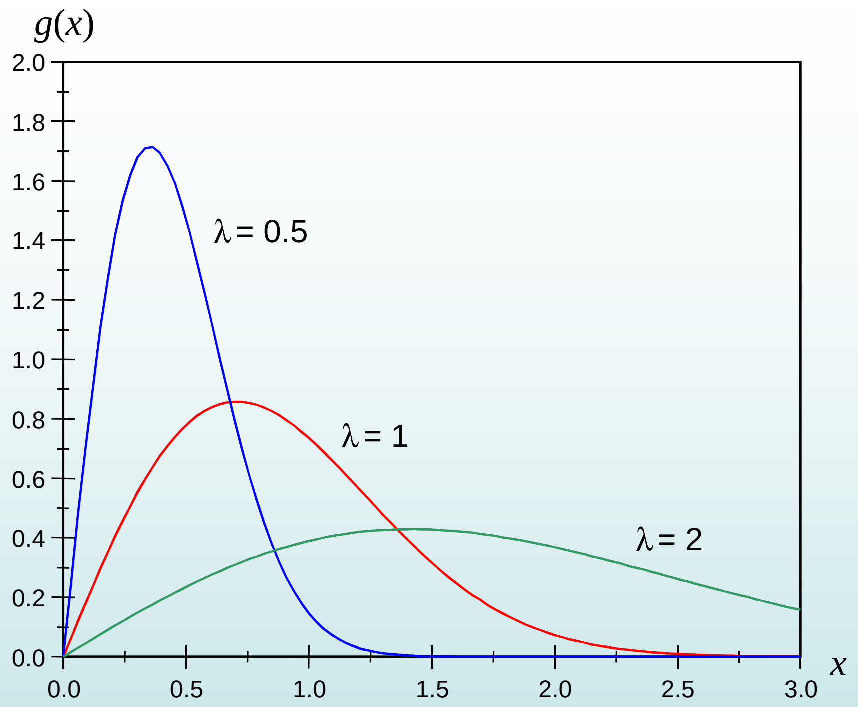
Vejbulova raspodela

- Slučajna promenljiva X ima dvoparametarsku Vejbulovu (Weibull) raspodelu ako je njena gustina određena sa

$$\boxed{g(x)=\frac{1}{\lambda}\left(\frac{x}{\lambda}\right)^{l-1}\mathrm{e}^{\left\{-\left(\frac{x}{\lambda}\right)^{l}\right\}},\quad x>0,}\ \lambda>0,\, l>0$$

Označavamo sa $X:\mathcal{W}(\lambda,l)$

Vejbulova raspodela



Beta raspodela

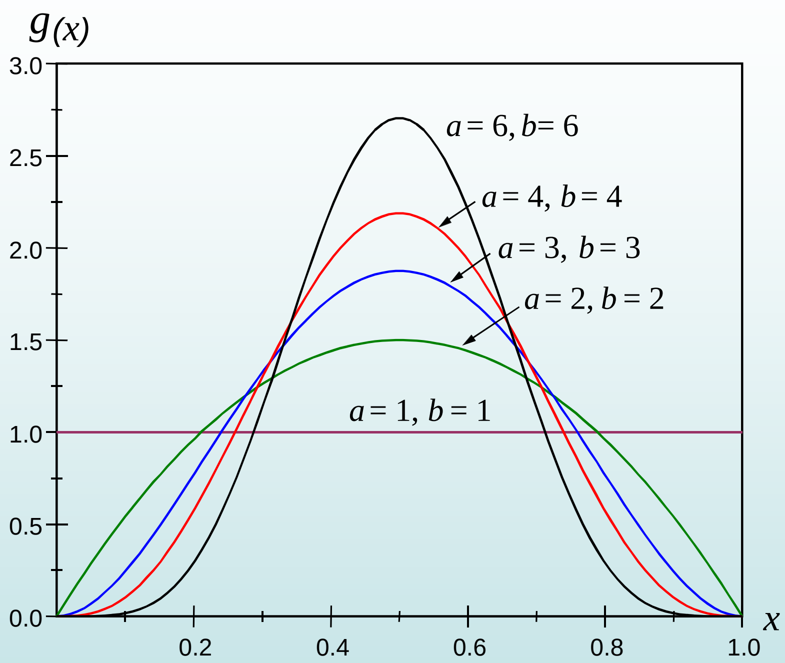
- Raspodela neprekidne sp X koja može postizati vrednosti iz intervala (0,1) i čija je gustina raspodele u tom intervalu proporcionalna sa podintegralnom funkcijom u beta funkciji

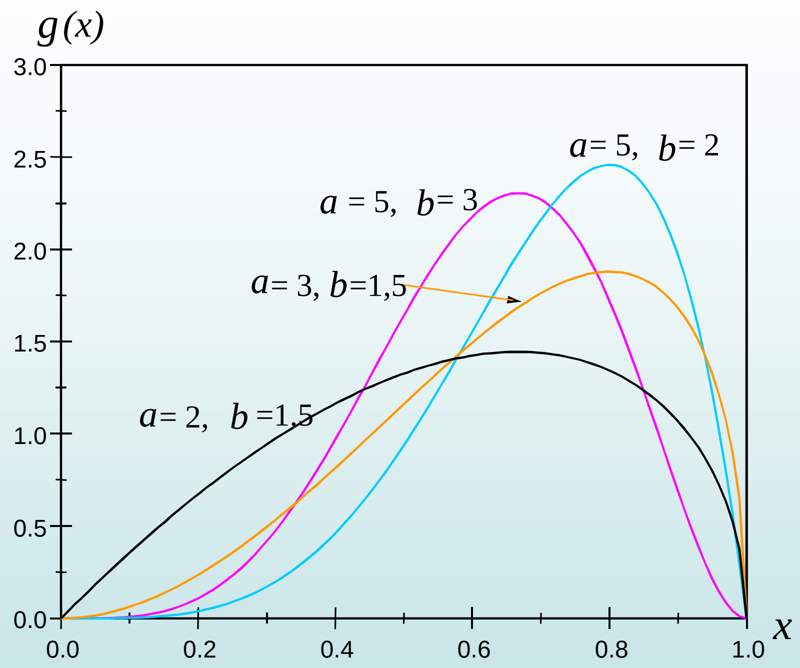
$$B(a,b) = \int_0^1 x^{a-1}(1-x)^{b-1}\mathrm{d}x, \quad a>0, b>0$$

naziva se **Beta raspodela sa parametrima** $\boldsymbol{a}$ **i** $\boldsymbol{b}$.
Njena gustina raspodele je

$$\boxed{g(x) = \frac{1}{B(a,b)} x^{a-1}(1-x)^{b-1} = \frac{\Gamma(a+b)}{\Gamma(a)\Gamma(b)} x^{a-1}(1-x)^{b-1}, \quad 0<x<1}$$

Beta raspodela





Zakon velikih brojeva

- **Definicija. Neka je X_1, X_2,... niz nezavisnih slučajnih promenljivih definisanih nad istim prostorom verovatnoća. Ako za svaki pozitivan broj ε važi**

$$P\left[\left|\frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n} X_j - \frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n} EX_j\right| \geq \varepsilon\right] \to 0, n \to \infty$$

tada kažemo da za posmatrani niz važi
slabi zakon velikih brojeva.

Kraće se zapisuje ovako:

Konvergencija u verovatnoći

$$\frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n} X_j - \frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n} EX_j \xrightarrow{P} 0, n \to \infty$$

Bernulijev zakon velikih brojeva

- Iz nejednakosti Čebiševa sledi da za svako $\varepsilon>0$, za slučajnu promenljivu X sa $\mathcal{B}(n, p)$ raspodelom važi:

$$P\left[\left|\frac{X}{n}-p\right|\geq\varepsilon\right]\to 0 \qquad n\to\infty$$

- ***Bernulijev zakon velikih brojeva*** ukazuje na to da se relativna frekvencija događaja A čija je verovatnoća p, grupiše oko p.

Teorema Hinčina

- Neka je dat niz X_1, X_2,... nezavisnih slučajnih promenljivih sa istom raspodelom, konačnim matematičkim očekivanjem jednakim a i konačnim disperzijama. Tada za posmatrani niz slučajnih promenljivih važi slabi zakon velikih brojeva, tj.

$$\frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n} X_j \xrightarrow{P} a,\ n \to \infty$$

Teorema Čebiševa

- Neka je niz X_1, X_2,... nezavisnih slučajnih promenljivih sa konačnim matematičkim očekivanjem i neka postoji konstanta c tako da važi

$$DX_n \leq c < \infty$$

- Tada za posmatrani niz slučajnih promenljivih važi slabi zakon velikih brojeva.
- Dokaz na osnovu nejednakosti Čebiševa.

Zakoni velikih brojeva

Slabi zakoni velikih brojeva pokazuju da se na određeni način slučajnost gubi ako se posmatra aritmetička sredina rezultata pojedinih eksperimenata.

Konvergencija u zakonu raspodele

- Neka je dat niz X_1, X_2, ... slučajnih promenljivih i neka je $F_1(x)$, $F_2(x)$, ... odgovarajući niz funkcija raspodele. Ako $F_n(x) \to F(x)$, za svako $x \in R$, kad $n \to \infty$, gde je $F(x)$ funkcija raspodele, tada se kaže da niz X_1, X_2, ... ***konvergira u zakonu raspodele*** (ili u raspodeli) ka slučajnoj promenljivoj X kojoj je $F(x)$ funkcija raspodele.
- Oznaka za ovu vrstu konvergencije je:

$$X_n \xrightarrow{Z} X, n \to \infty$$

Konvergencija u zakonu rasp.

Centralna granična teorema

- Neka je dat niz slučajnih promenljivih X_1, X_2, ... i neka je

$$\overline{X}_n = \frac{1}{n}(X_1 + \ldots + X_n)$$

- Neka slučajna promenljiva X ima $\mathcal{N}(0,1)$ raspodelu. Ako važi:

$$\frac{\overline{X}_n - E(\overline{X}_n)}{\sqrt{D(\overline{X}_n)}} \xrightarrow{Z} X$$

- Tada kažemo da za niz X_1, X_2, ... važi ***centralna granična teorema***.

Teorema

- Neka su date nezavisne slučajne promenljive X_1, X_2, ... koje imaju istu raspodelu, sa konačnim matematičkim očekivanjem a i disperzijom σ^2. Tada za posmatrani niz slučajnih promenljivih važi centralna granična teorema, tj.

$$P\left[\frac{\overline{X}_n - a}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} < x\right] \to \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{x} \mathrm{e}^{-\frac{t^2}{2}} \mathrm{d}t, \; n \to \infty$$

$$\overline{X}_n = \frac{1}{n}(X_1 + \ldots + X_n) \qquad E(\overline{X}_n) = a \qquad D(\overline{X}_n) = \frac{\sigma^2}{n}$$